Research Paper

Estimation of Tortuosity Coefficient Under Unsaturated Conditions Based on Fractal Concepts

Maysam Majidi Khalilabad[1*], Shiva Gholizade Sarabi[2], Bijan Ghahraman[3], Hadi Memarian Khalilabad[4]
1. Assistant Professor, Water Engineering Department, Kashmar Higher Education Institutue, Kashmar, Iran
2. Researcher, East Water & Environmental Research Institute, Mashhad, Iran
3. Professor, Water Engineering Department, Ferdowsi university of Mashhad, Mashhad, Iran
4. Associated Professor, Water Engineering Department, Kashmar Higher Education Institutue, Kashmar, Iran

Received: 2019/08/22
Revised: 2020/05/13
Accepted: 2020/12/13

Use your device to scan and read the article online

DOI:
10.30495/wej.2021.22391.2184

Keywords:
Hydraulic tortuosity; Shepard's model; Van Gneuchten's model; Unsaturated hydraulic conductivity.

Abstract

Introduction: Complex nature of porous media complicates any prediction of their hydraulic properties. To demonstrate shortcoming of hydraulic conductivity models predictions, the concept of tortuosity was introduced. Since there is no measured data of tortuosity, and tortuosity has a direct relationship to hydraulic conductivity, so in this study we aimed to develop a general mathematical relationship to determine tortuosity.

Methods: An optimization code were run in MATLAB R2014a software, using Monte Carlo algorithm, aimed to minimize Root Mean Square of Logarithmic Deviation (RMSLD) between calculated hydraulic conductivity values based on Shepard (1993) and van Genuchten (1980) models, to determine tortuosity on different water contents for 69 soil samples of UNSODA database with a wide range of soil textures. Considering fractal concepts, we developed a linear equation empirically to determine hydraulic tortuosity as a function of effective saturation, pore fractal dimension, porosity, inverse of air entry pressure and soil water content, covering whole ranges of degree of saturation.

Findings: Based on results, calculated values of tortuosity were greater than proposed values by Shepard about 30%. To evaluate developed equation, statistical parameters of Root Mean Square of Logarithmic Deviation (RMSLD) and Akaike's Information Criterion (AIC_c) was adopted for 17 different soil samples. According to the calculated statistical parameters, using developed equation to estimate tortuosity has improved the results of Shepard's method significantly. Totally, the results show that, despite the developed equation has a relatively complicated structure, in terms of the compromise between accuracy and complexity has an acceptable performance.

Citation: Majidi Khalilabad M., Gholizade Sarabi, Sh., Ghahraman B., and H Memarian Khalilabad. Estimation of tortuosity coefficient under unsaturated conditions based on fractal concepts. Water Resources Engineering Journal. 2021; 14(49): 72- 83.

***Corresponding author:** Maysam Majidi Khalilabad
Address: Assistant Professor, Water Engineering Department, Kashmar Higher Education Institutue, Kashmar, Iran
Tell: 09157117295
Email: m.majidi@kashmar.ac.ir

Extended Abstract

Introduction

Soil hydraulic properties are closely related to pore space geometry of a porous media. Because of the complexity of pore space morphology, for fluid flow and transport processes modeling, the most used model was the bundle of series or parallel capillary tubes. While due to interconnectivity of the pore space and their differences with bundle of capillary tubes in nature, such models predictions rarely agreed with experimental data. Apparently to demonstrate shortcoming of models predictions, the concept of tortuosity was introduced by Carman in 1937.

Actually tortuosity definition is not clear and its treatment in the literature is often confusing, although its concept seems simple.

So far numerous analytical, empirical, and numerical models have developed to estimate different kinds of tortuosity in porous media.

Different relations are available in literature to model hydraulic tortuosity. As a further consideration, fractals describe hierarchical systems properly and are suitable to model the heterogeneous soil structure with tortuous pore. Actually, fractal mathematics allows path lengths and their associated tortuosity to be described based on fractal principles and patterns.

Shepard (1993) developed a numerical method to determine the hydraulic conductivity function using fractal concepts and information provided by the retention curve. According to the literature, although Shepard's model (1993) has a sound physical basis, it has not been considered yet as much as the other unsaturated hydraulic conductivity models. On the other hand, common tortuosity relationships are usually defined as a logarithmic or power function of soil water content and porosity which have some adjustable parameters that are suitable only for certain soils. However, there are some physical parameters which are defined base on particle and pore size distribution that can be effective on tortuosity. Considering the fact that there is no measured data of tortuosity on one hand, and on the other hand tortuosity has a pronounced saturation dependence, having a direct relationship to hydraulic conductivity, so in this study we aimed to develop a general relationship to determine tortuosity as a function of some physical parameters covering the whole range of saturation using Shepard's method in different soil textures.

Methods

In this study, 86 samples of UNSODA database with a wide range of soil texture were used. We ran an optimization code in MATLAB R2014a software using repeated random sampling (Monte Carlo algorithm) to determine tortuosity on different water content for various soil textures. The optimization code was aimed to minimize Root Mean Square of Logarithmic Deviation (RMSLD) between calculated hydraulic conductivity values based on Shepard (1993) and van Genuchten (1980) models. Then we determined final equation between hydraulic tortuosity and effective variables, using linear regression in SPSS 19 software. To evaluate developed hydraulic tortuosity equation, we used 17 soil samples which were not used to determine it (validation data set), based on calculation of the statistical parameters such as Root Mean Square of Logarithmic Deviation and Akaike's Information Criterion.

Findings

Using the optimization MATLAB code, on different water contents for various soil textures, average values of hydraulic tortuosity were calculated. In this study calculated values of hydraulic tortuosity are greater than proposed values by Shepard about 30%. For example, Shepard proposed 1.23 as proper value of tortuosity for loamy soils while in this study it is equal to 1.75. On one hand, based on Shepard's proposed values, for clayey soil texture the tortuosity value is greater than the others and on the other hand, for sandy soil it is the lowest value. Also in this study we get the same results, as for sandy clay loam and silty clay loam the tortuosity is greater than the others and sandy loam has the lowest value of tortuosity. Actually it seems logical that fine-

textured soils which have a dominance of clay, to have finer porosity; so water flow paths are more meandering and tortuosity increases, whereas coarse – textured soils have coarser porosity and less meandering flow paths, so tortuosity is lower.

After determining optimized tortuosity values, we developed a relationship between hydraulic tortuosity and effective soil physical parameters as follow:

$$T_h = (0.21)\left(4^{\frac{D-1}{D}}\right) + (1.282)\left(\frac{P}{\theta}\right)^{\alpha} - (0.002)\left(\frac{1}{S_e{}^{D}}\right)$$

Where T_h is hydraulic tortuosity, α is inverse of the air entry pressure, S_e is effective saturation, θ is soil water content, D is pore fractal dimension, θ_r is residual water content, P is porosity, and n and a is measure of the pore-size distribution in van Genuchten model.

Discussion

Shepard postulated that estimated pore fractal dimension by Tyler and Wheatcraft (1989) (Tyler and Wheatcraft, 1990), changing in a range of 0.7 to 1.485, is corresponded to tortuosity ratios of about 0.72 to 1.70 (Shepard, 1993), but based on literature review, by changing soil porosity as a representative of saturated water content in a range of 20 to 70 percent, the hydraulic tortuosity changes in a range of 1 to 2. So, we also considered tortuosity values changing in a range of 1 to 2, to develop our equation. Furthermore, based on calculated tortuosity values using our developed equation, we determined pore continuity according to Burdine's model (1953) (Burdine, 1953). Considering the results, in this study calculated pore continuity is much less than proposed value by Burdine (1953) [Burdine, 1953] and is approximately close to proposed values by Mualem (1976) (Mualem, 1976) and Ghanbarian et al. (2013) (Ghanbarian et al., 2013).

Conclusion

In this study, the results show that unlike what Shepard proposed as the optimum values of tortuosity, for more than 95% of soil samples, the value of T of 1.27 did not lead to a good estimation of hydraulic conductivity. In contrast, considering tortuosity as a function of soil water content, soil texture, soil structure and pore-size distribution can improve estimation of it. So, in this study, based on fractal concept, we developed a linear equation empirically to determine hydraulic tortuosity based on fitting the Shepard hydraulic conductivity function to unsaturated conductivity values, calculating from van Genuchten – Mualem hydraulic conductivity function. We defined hydraulic tortuosity as a function of effective saturation, pore fractal dimension, porosity, inverse of the air entry pressure and soil water content, covering whole ranges of degree of saturation. Pore fractal dimension was defined using empirical parameter of n in van Genuchten model, as a measure of the pore-size distribution. On the other hand, by using parameter of α obtained from van Genuchten model, as inverse of the air entry pressure, the effect of radius of the largest water-filled pore in the unsaturated medium was considered.

Ethical Considerations

Compliance with ethical guidelines

All subjects full fill the informed consent.

Funding

No funding.

Authors' contributions

Design and conceptualization: Maysam Majidi Khalilabad, Shiva Gholizade Sarabi, Bijan Ghahraman.

Methodology and data analysis: Maysam Majidi Khalilabad, Shiva Gholizade Sarabi.

Supervision and final writing: Bijan Ghahraman, Hadi Memarian Khalilabad.

Conflicts of interest

The authors declared no conflict of interest.

مقاله پژوهشی

برآورد ضریب اعوجاج در شرایط غیراشباع مبتنی بر مفاهیم فرکتالی

میثم مجیدی خلیل آباد[1*]، شیوا قلی زاده سرابی[2]، بیژن قهرمان[3]، هادی معماریان خلیل آباد[4]
۱. استادیار گروه مهندسی آب، مرکز آموزش عالی کاشمر
۲. استادیار گروه هیدروانفورماتیک، مرکز پژوهشی آب و محیط زیست شرق، مشهد، ایران
۳. استاد گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران
۴. دانشیار گروه مهندسی آب، مرکز آموزش عالی کاشمر، کاشمر، ایران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۵/۳۱
تاریخ داوری: ۱۳۹۹/۰۲/۲٤
تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۹/۲۳

چکیده

هدف: طبیعت پیچیده محیط های متخلخل، هرگونه پیش بینی خصوصیات هیدرولیکی مرتبط را نیز پیچیده می سازد. برای نشان دادن کاستی‌های مدل‌ها در پیش‌بینی هدایت هیدرولیکی، مفهوم اعوجاج معرفی شد. از آنجایی‌که برای ضریب اعوجاج داده‌های اندازه‌گیری شده وجود ندارد و اعوجاج با هدایت هیدرولیکی ارتباط مستقیمی دارد، از این‌رو در این مطالعه به توسعه یک معادله ریاضی کلی به‌منظور تعیین ضریب اعوجاج پرداخته شده است.

روش: در این راستا یک کد بهینه‌سازی در محیط MATLAB R2014a با استفاده از الگوریتم جستجوی مونت‌کارلو با هدف حداقل‌سازی ریشه میانگین مربعات خطای لگاریتمی (RMSLD) میان مقادیر هدایت هیدرولیکی پیش‌بینی شده بر اساس مدل‌های شپارد (۱۹۹۳) و ونگنختن (۱۹۸۰)، به‌منظور تعیین ضریب اعوجاج در ظرفیت‌های مختلف رطوبتی، برای ۶۹ نمونه خاک از بانک UNSODA در دامنه‌ای از بافت‌های متفاوت، توسعه داده شد. سپس با تکیه بر مفاهیم فرکتالی، یک معادله خطی تجربی برای تعیین اعوجاج هیدرولیکی به‌عنوان تابعی از درجه¬ اشباع مؤثر، بعد فرکتالی منفذی، تخلخل، عکس آستانه فشار ورود هوا و مقدار رطوبت حجمی خاک، در دامنه وسیعی از درجه اشباع، استخراج شد.

یافته‌ها: طبق نتایج، مقادیر اعوجاج محاسبه شده، از مقادیر پیشنهادی شپارد در حدود ۳۰٪ بیشتر است. به‌منظور ارزیابی معادله، از پارامترهای آماری ریشه میانگین مربعات خطای لگاریتمی (RMSLD) و معیار اطلاعاتی آکائیک (AICc) برای ۱۷ نمونه خاک مختلف، استفاده شد. مطابق با پارامترهای آماری محاسبه شده، مقادیر اعوجاج تخمین زده شده بر اساس معادله پیشنهادی، نتایج معادله شپارد را به‌طور معناداری بهبود داد. به‌طور کلی نتایج نشان داد به‌رغم اینکه معادله پیشنهادی دارای ساختار نسبتاً پیچیده‌ای است، اما از عملکرد قابل قبولی برخوردار است.

DOI: 10.30495/wej.2021.22391.2184

واژه‌های کلیدی:
اعوجاج هیدرولیکی، مدل شپارد، مدل ونگنختن، هدایت هیدرولیکی غیراشباع.

* نویسنده مسئول:
نشانی:
تلفن:
پست الکترونیکی:

مقدمه

تمام ویژگی¬های هیدرولیکی خاک، از قبیل منحنی مشخصه رطوبتی، هدایت هیدرولیکی و ضریب پخشیدگی آب در خاک، به‌شدت به هندسه¬ یک محیط متخلخل وابسته است. محیط¬های متخلخل اغلب سیستم¬های غیرهمگنی هستند که از اجزاء متعدد، متفاوت و متقابلی تشکیل شده¬اند (۳۳)، بنابراین طبیعت پیچیده این محیط¬ها، هرگونه پیش¬بینی خصوصیات هیدرولیکیِ مرتبط را نیز پیچیده می¬سازد. اما آنچه که این محیط¬های متخلخل طبیعی را پیچیده¬تر می¬سازد، زمانی است که مسیرهایی که محل عبور جریان سیال هستند، مستقیم نیستند، بلکه غیرمستقیم و پر پیچ و خمند. در این شرایط سیال از مسیری عبور می¬کند که چندین برابر طولانی¬تر از مسیر مستقیم بین مبدا و مقصد است. به دلیل پیچیدگی ریخت¬شناسی فضای منفذی، اغلبِ مدل¬های مورد استفاده در مدل¬سازی انتقال آب و املاح در لایه¬ غیراشباع خاک در مقیاس منفذی، مبتنی بر تعریف دسته¬ای از لوله¬های موئین بودند که در آنها لوله¬ها نمایانگر منافذی هستند که نسبت به هم سری یا موازی مرتب شده¬اند (۲۷) درحالی‌که چنین مدل¬هایی، تابع استنتاج تحلیلی در خصوص مفاهیمی از قبیل جریان موثر و خصوصیات انتقالی بودند، پیش¬بینی¬های انجام شده به‌ندرت با داده¬های آزمایشگاهی مطابقت داشت؛ چراکه ساختار فضای منفذیِ اغلبِ محیط¬های متخلخل طبیعی، هیچ شباهتی به گروه لوله¬های موئین در این مدل¬ها نداشت. گویا به¬منظور نشان دادن این ضعف، مفهوم اعوجاج توسط کارمن در سال ۱۹۳۷ مطرح شد و اولین برآورد تقریبی از اعوجاج هیدرولیکی توسط وی پیشنهاد شد (۵).

درحالی¬که مفهوم اعوجاج ساده به¬نظر می¬رسد، عملاً تعریف مشخصی از آن ارائه نشده و تلقی موجود از آن در منابع مختلف گمراه کننده است. اعوجاج می¬تواند به‌عنوان نسبت کوتاه‌ترین مسیر به طول مسیر مستقیم تعریف شود (۱). در واقع مفهوم اعوجاج هندسی، نسبت طول متوسط مسیر هندسی جریان در محیط متخلخل به طول خط مستقیم در محیط است. ضریب اعوجاج هندسی ممکن است به‌صورت عکس تعریف بالا نیز ارائه شود که مقدار آن کوچک¬تر از یک خواهد بود (۱۵). از طرفی اعوجاج هیدرولیکی، مربع نسبت طول متوسط مسیر عبوری فلاکس وزنی به طول مسیر مستقیم تعریف شده است (۶). بیر (۲) نیز ضریب اعوجاج هیدرولیکی را به عنوان عکس مربع این نسبت تعریف نمود که بر اساس آنچه که در منابع مختلف گزارش شده است مقدار آن در دامنه ۰/۵۶ تا ۰/۸ قرار دارد.

تا کنون به¬منظور برآورد اعوجاج در محیط¬های متخلخل، مدل¬های تجربی، تحلیلی و عددی مختلفی توسعه یافته است (۹، ۱۰، ۷، ۳۸، ۸). برای اینکه مدل¬های برآورد اعوجاج موثر واقع شوند، لازم است که در دامنه¬ کاملی از تغییرات رطوبتی قابل استفاده باشند. بوردین (۴) مدلی را برای تخمین اعوجاج هیدرولیکی نسبی ارائه داد که به‌عنوان تابعی از درجه¬ی اشباع موثر و پارامتر پیوستگی منافذ (l) تعریف شده است. او مقدار l را برابر ۲ پیشنهاد نمود. معلم (۲۲) مدل هدایت هیدرولیکی غیراشباع خود را مشابه با مدل بوردین ارائه داد، با این تفاوت که او در مدل خود دو پارامتر همبستگی منافذ و پیچ و خم مسیر جریان را تفکیک نکرد. او مقدار l در مدل بوردین را، برابر ۰/۵ پیشنهاد نمود. بعدها شاپ و لیچ (۲۶) و شینومیا و همکاران (۲۹) نیز بر اساس تطابق نتایج حاصل از مدل هدایت هیدرولیکی ونگنختن ـ معلم بر داده‌های اندازه‌گیری شده، مدل اعوجاج هیدرولیکی خود را به¬عنوان تابعی از رطوبت، رطوبت باقیمانده و تخلخل توسعه دادند. آنها مقدار l را به¬ترتیب ۱- و ۰/۷۷- پیشنهاد نمودند.

در مطالعات جدیدتر، هندسه¬ فرکتالی با توصیف سیستم¬های خودمتشابه، برای مدل¬سازی ساختمان خاک با فضای منفذی پیچ و خم¬دار با ماهیت فرکتالی، بسیار مناسب توصیف شده است (۲۴، ۳۷). ریاضیات فرکتالی این امکان را فراهم ساخته است تا طول¬های مختلفی از مسیر و اعوجاج مرتبط با آنها طبق اصول و الگوهای فرکتالی مشخصی تعریف شوند. به¬عنوان مثال در تعریف ویتکرفت و تیلور (۳۱) از طول فرکتالی، بُعد فرکتالیِ همان اعوجاج است که در دامنه¬ ۱ تا ۳ در یک محیط متخلخل سه‌بُعدی متغیر است .شپارد (۲۸) مدلی فیزیک¬مبنا را به‌منظور تخمین تابع هدایت هیدرولیکی بر اساس منحنی مشخصه رطوبتی و با استفاده از هندسه¬ فرکتال¬ها در شبیه¬سازی مسیر منافذ خاک، ارائه نمود. اگرچه این مدل بر پایه¬ مفاهیم فیزیکی است، پارامتر تجربی اعوجاج نیز در آن به¬کار رفته است. او برای تعیین اعوجاج روش مشخصی را ارائه نکرد و به‌طور تجربی مقادیر ۱/۲۷، ۱/۲۳ و ۱/۳۲ را به-ترتیب در خاک¬های شن، لوم و رس مناسب معرفی کرد. بررسی گسترده¬ منابع نشان می¬دهد اگرچه مدل شپارد دارای مبنای فیزیکی قابل اعتمادی است، تاکنون کمتر بدان پرداخته شده و در مقایسه با دیگر مدل¬های تخمین هدایت هیدرولیکی غیراشباع، مغفول مانده است. از طرفی به¬منظور تعیین اعوجاج نیز مدل¬های مختلفی ارائه شده است، که تقریباً تمام آنها به شکل توابع توانی یا لگاریتمی هستند و دارای ضرائبی تجربی می¬باشند که فقط در شرایط استخراج معادله و برای خاک مورد آزمایش جواب منطقی به‌دست می¬دهند و اغلب آنها تنها به¬عنوان تابعی از رطوبت و تخلخل خاک بیان شده¬اند. در حالی¬که پارامترهایی فیزیکی که بر مبنای اندازه¬ ذرات و نحوه¬ توزیع آنها تعریف شده¬اند نیز وجود دارند که می‌توانند در تعیین اعوجاج نقش موثری ایفا نمایند. از این‌رو این مطالعه در جستجوی تعیین رابطه¬ای نظام¬مند به‌منظور تخمین اعوجاج بر مبنای کاربرد روش شپارد و بهبود نتایج حاصل از آن است و تلاش بر این است که در تعیین این رابطه، طیف وسیعی از خاک¬ها مورد بررسی قرار گیرد و نقش پارامترهای فیزیکی بیشتری بر این پارامتر مطالعه شود.

اهداف پژوهش

۱. تعیین رابطه‌ای نظام‌مند به منظور تخمین اعوجاج،
۲. کاربرد روش شپارد و بهبود نتایج حاصل از آن،
۳. بررسی تاثیر نقش پارامترهای فیزیکی بر اعوجاج.

روش تحقیق

در منابع مختلف، اعوجاج به‌صورت پارامتری هندسی مرتبط با خصوصیات هیدرولیکی، الکتریکی و یا پخشیدگی آب در محیط خاک تعریف شده است (۲۷، ۲۵، ۶). در واقع اعوجاج به شرایط اشباع خاک وابسته است و نمی‌تواند به‌سادگی به‌عنوان خصوصیت فیزیکی مستقلی تعریف شود، اما می‌تواند به‌عنوان خصوصیتی مشتق شده از هدایت و یا انتقال جریان در خاک تعریف شود. از این‌رو تعیین این پارامتر با تکیه بر مدل‌های تعیین هدایت هیدرولیکی خاک بسیار متداول است. اما نظر به اینکه اغلب مدل‌های تخمین هدایت هیدرولیکی خاک بر اساس هندسه آرایش منافذ و ذرات جامد و توزیع اندازه منافذ تعریف شده‌اند و فقط هدایت هیدرولیکی را در دسته‌ای از لوله‌های موئین مستقیم برآورد می‌کنند، تخمین مناسبی از اعوجاج به‌دست نخواهند داد. از طرفی نتایج بسیاری از تحقیقات نشان می‌دهد که سطح منافذ خاک دارای ماهیت فرکتالی هستند. از این‌رو در شرایط پیچیده محیط خاک، استفاده از رویکرد فرکتالی که مختص توصیف سیستم‌های خودمتشابه است، برای مدل‌سازی ویژگی‌های خاک با فضای منفذی پیچ و خم‌دار بسیار مناسب است (۲۴، ۳۷). ریاضیات فرکتالی این امکان را فراهم می‌سازد که طول‌های مختلفی از مسیر و اعوجاج مرتبط با آنها طبق اصول مشخصی تعریف شوند. در این خصوص منحنی کخ، قالی سیرپنسکی و اسفنج مِنگر برخی از متداول‌ترین نمونه‌های الگوهایی فرکتالی هستند که در مطالعات خاک به‌کار گرفته می‌شوند (۲۳، ۲۸). بر همین مبنا، در این مطالعه تعیین ضریب اعوجاج با رویکرد مونوفرکتالی مبتنی بر الگوی خم کخ و کاربرد مدل شپارد در تخمین هدایت هیدرولیکی غیراشباع، مورد توجه قرار گرفته است.

پیشینهٔ تحقیق

شکل (۱) (۱۲) نمایشی از خم کخ است که شپارد (۲۸) یک لوله موئین را مشابه آن در نظر گرفت.

شکل ۱: مراحل مختلف ایجاد خم کخ

مطابق با شکل (۱)، خم کخ در هر مرحله با تبدیل یک خط راست به طول واحد به چهار قطعه به طول یک‌سوم ایجاد می‌شود. طول هر قطعه (l) در مرحه n اُم و طول خم (P) در هر مرحله عبارت است از:

$$l = \left(\frac{1}{3}\right)^n \qquad (۱)$$

$$P_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n \qquad (۲)$$

مقدار $\frac{4}{3}$ نسبت اعوجاج (T) نامیده می‌گردد. بُعد فرکتالی مطابق خم کخ برابر $D = \frac{ln4}{ln3} = \frac{ln16}{ln9} = \cdots = 1.2618$ است.

مدل شپارد برای تخمین هدایت هیدرولیکی غیراشباع

شپارد (۲۸) ستونی از خاک را با حجم، مقطع و طول واحد در نظر گرفت و فرض کرد که آبِ خاک در تعادل با گرادیان فشاری در دسته لوله‌های موئین با شعاع‌های متفاوت حرکت می‌کند. وی معتقد بود که هر لوله مسیری پیوسته اما دارای اعوجاج است که میزان این اعوجاج به تعداد خم‌های موجود در طول هر لوله موئین بستگی دارد. او با کمی تغییر در خم کخ از آن برای شبیه‌سازی مسیر پر پیچ و خم آب در بین ذرات خاک استفاده کرد. او فرض کرد در هر مرحله از تولید خم، چهار قطعه طوری بهم وصل می‌شوند که زوایای برابر تشکیل می‌دهند. در این حالت مقدار T برابر $\frac{4}{3}$ نبوده و تغییر می‌کند. او همچنین فرض کرد که منافذ خاک از لوله‌های موئین پر پیچ و خم با قطر یکنواخت (2r) تشکیل می‌شوند. سپس مقدار پتانسیل مکشی (ψ) در منحنی مشخصه رطوبتی خاک را به تعداد i بازه تقسیم کرد و برای هر بازه یک قطر

$$r = \frac{0.15}{\psi}$$

منفذ میانگین از رابطه موئینگی ( ) در نظر گرفت و حجم منافذ (V) را بر اساس اختلاف میزان رطوبت حجمی (θ) بالا و پایین هر بازه تعیین نمود. او فرض کرد که مسیر منفذ در هر بازه (i) منطبق با یک مرحله از خم کخ تغییر داده شده باشد، به‌طوری‌که طول هر قطعه از خم نظیر هر بازه با قطر منفذ در آن بازه برابر باشد. بنابراین:

$$n_i = \frac{\ln(2r_i)}{\ln(\frac{1}{3})} \qquad (۳)$$

بر این اساس تعداد منافذ در هر بازه از واحد سطح مقطع خاک (N_i) از رابطه زیر محاسبه خواهد شد:

$$N_i = \frac{V_i/\pi r_i^2}{TJ_i} \qquad (۴)$$

پس از تعیین قطر، طول و تعداد منافذ در هر بازه، شپارد از رابطه پویسله برای تعیین دبی عبوری از لوله‌های موئین استفاده کرد و با بازنویسیِ روابط در یک محیط پیوسته، در نهایت به معادله‌ی انتگرالی زیر به‌عنوان تابع هدایت هیدرولیکی غیراشباع خاک رسید:

$$K(\theta) = \frac{g}{8\eta}\int_0^{\theta} r^2 \frac{1}{T^{2n}} d\theta \qquad (۵)$$

در این رابطه g شتاب گرانش ($980\ cm.\ s^{-2}$) و η لزجت دینامیکی آب ($10^{-2}\ gr.cm^{-1}.s^{-1}$) می‌باشد.

انتخاب خاک

در این مطالعه ۸۶ نمونه خاک مختلف از بانک خاک UNSODA استخراج شد (۱۸). خاک‌ها به‌نحوی انتخاب گردید که دارای حداقل پنج جفت نقطه از داده‌های منحنی مشخصه رطوبتی و هدایت هیدرولیکی غیراشباع (از رطوبت اشباع تا باقیمانده)، تخلخل و هدایت هیدرولیکی اشباع باشند. از این ۸۶ نمونه، ۶۹ نمونه برای تعیین معادله و ۱۷ نمونه برای بررسی صحت معادله تعیین شده انتخاب شد. پراکنش بافت خاک‌های انتخابی در مثلث بافت خاک در شکل (۲) نمایش داده شده است.

شکل ۲: پراکنش بافت‌های خاک انتخابی در مثلث بافت خاک؛ الف) خاک‌های انتخابی جهت تعیین معادله، ب)خاک‌های انتخابی جهت صحت‌سنجی

هدایت هیدرولیکی غیراشباع بر مبنای روش شپارد

همان‌طور که اشاره شد، در روش شپارد تابع هدایت هیدرولیکی غیراشباع با استفاده از منحنی مشخصه رطوبتی و بر مبنای هندسه فرکتال‌ها تعیین می‌شود. در این مطالعه به‌منظور تعیین منحنی مشخصه رطوبتی، مدل ون‌گنوختن بر داده‌های اندازه‌گیری شده خاک‌های انتخابی (معادله ۶) در نرم‌افزار RETC6.0 برازش داده شد (۳۴).

$$\theta = \theta_r + \frac{(\theta_s - \theta_r)}{[1 + (\alpha h)^n]^m} \quad (۶)$$

در این معادله θ درصد رطوبت در مکش h، θ_r و θ_s به‌ترتیب درصد رطوبت باقیمانده و اشباع، α عکس مکش ورود هوا بر حسب سانتی‌متر و n و m ضرائب تجربی می‌باشند. طبق مدل معلم:

$$m = 1 - \frac{1}{n} \quad (۷)$$

تیلور و ویتکرفت (۳۱) نشان دادند که بُعد فرکتالی منافذ خاک، به‌شکل زیر به شاخص توزیع اندازه منافذ خاک (λ) در توابع هیدرولیکی بروکس و کوری (۳) مربوط می‌گردد:

$$D = 2 - \lambda \quad (۸)$$

مقدار n در رابطه ونگنوختن نیز با قبول رابطه (۸) به‌شکل زیر به مقدار λ مربوط می‌گردد:

$$n = \lambda + 1 \quad (۹)$$

بنابراین مقدار ضریب تجربی n دارای ماهیت فرکتالی است و بین آن با بُعد فرکتالی منفذی رابطه زیر برقرار است:

$$D = 3 - n \quad (۱۰)$$

سپس مقادیر پتانسیل مکش در منحنی مشخصه رطوبتی به i کلاس تقسیم‌بندی شد و بر اساس معادله حاصل از برازش مدل ون‌گنوختن ـ معلم، درصد رطوبت متناظر با مکش در فواصل انتخابی (i) محاسبه گردید. برای تعیین این کلاس‌ها مبنای خاصی وجود ندارد، بنابراین سعی شد تا کلاس‌های مکش ماتریک به‌گونه‌ای انتخاب شود که نسبتاً با داده‌های اندازه‌گیری شده مطابق باشد و فواصل مناسبی از مکش متناظر با رطوبت اشباع تا باقی‌مانده را پوشش دهد. بنابراین برای تمام خاک‌ها فاصله بین مکش ۰/۳ تا ۵ سانتی‌متر با فواصل نیم، ۵ تا ۱۰ سانتی‌متر با فواصل یک، ۱۰ تا ۱۰۰ سانتی‌متر با فواصل ۱۰، ۱۰۰ تا ۱۰۰۰ سانتی‌متر با فواصل ۱۰۰، ۱۰۰۰ تا ۵۰۰۰ سانتی‌متر با فواصل ۱۰۰۰ سانتی‌متری و در نهایت چهار مکش ۱۰۰۰۰، ۱۲۰۰۰، ۱۵۲۲۲ و ۱۶۰۰۰ سانتی‌متری در نظر گرفته شد و در مجموع ۳۷ کلاس تشکیل شد. سایر مراحل محاسبه هدایت هیدرولیکی غیراشباع متناظر با درصد رطوبت مطابق با تئوری صورت گرفت.

تعیین اعوجاج هیدرولیکی

شپارد بر اساس تحلیل منحنی کوخ و زاویه خم‌های برابر با ۸۳ درجه، در ابتدا مقدار اعوجاج را به میزان ۱/۴۱۴ در نظر گرفت و سپس به‌صورت تجربی مقادیر ۱/۲۷، ۱/۲۳ و ۱/۳۲ را به‌ترتیب برای خاک‌های شن، لوم و رس به‌عنوان بهترین مقدار T گزارش نمود و در نهایت مقدار ۱/۲۷ را برای تمامی بافت‌های مختلف خاک مناسب‌ترین مقدار T دانست (۲۸).

در این مطالعه با استفاده از کدنویسی در MATLAB R2014a و بهینه‌سازی به روش نمونه‌گیری تکرار شونده‌ی تصادفی (الگوریتم جستجوی مونت‌کارلو)، مقدار T برای رطوبت‌های مختلف در هر خاک تعیین گردید. بهینه‌سازی با هدف حداقل شدن مقدار ریشه میانگین مربعات خطای لگاریتمی (RMSLD) بین مقادیر هدایت هیدرولیکی محاسبه شده با مدل شپارد و مدل ونگنختن ـ معلم و با اعمال دو قید انجام شد: ۱) مقدار T بین ۱ تا ۲ قرار داشته باشد، و ۲) با کاهش مقدار رطوبت، مقدار T افزایش یابد.

با توجه به ماهیت فرکتالی اعوجاج، کمترین مقدار آن برابر ۱ می‌باشد (۳۱). همچنین بر اساس آنچه که در منابع مختلف گزارش شده است مقدار ضریب اعوجاج هیدرولیکی در دامنه ۰/۵۶ تا ۰/۸ متغیر است (۲)، لذا مطابق با تعریف اعوجاج هیدرولیکی، مقدار آن در دامنه ۱/۲۵ تا ۱/۷۹ تغییر می‌کند. همچنین با تغییر تخلخل به‌عنوان نماینده‌ای از در صد رطوبت اشباع در دامنه ۲۰ تا ۷۰ درصد، اعوجاج هیدرولیکی بین ۱ تا ۲ تغییر می‌کند (۱۳) (شکل ۳). در این مطالعه نیز مقدار تخلخل در خاک‌های انتخابی بین ۲۶ تا ۶۳ درصد متغیر است. بنابراین بازه ۱ تا ۲ به‌عنوان بازه مناسب به‌عنوان یکی از قیود در تعیین T اعمال شد. این بازه در خصوص مقادیر پیشنهادی T توسط شپارد نیز صادق است. از طرف دیگر، افزایش مقدار اعوجاج با کاهش رطوبت نیز در بسیاری از معادلات ارائه شده نشان داده شده است (۱۱، ۲۰).

شکل ۳: تغییرات اعوجاج هیدرولیکی با مقدار تخلخل در مدل‌های پیشنهادی در مطالعات گذشته (۱۳)

تجزیه و تحلیل پارامترهای اصلی و ارائه معادله تعیین اعوجاج

پس از تعیین مقادیر T متناظر با مقادیر مختلف رطوبت در بافت‌های خاک متفاوت، پارامترهای اصلی موثر بر مقدار T شناسایی شد و با استفاده از ضریب همبستگی پیرسن (معادله ۱۱) رابطه و همبستگی این پارامترها با مقدار T مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. در نهایت یک معادله رگرسیونی بین T و پارامترهای موثر بر آن شامل تخلخل، درجه اشباع، بعد فرکتالی منافذ خاک، رطوبت و عکس مکش ورود هوا تعیین شد. برای تعیین این معادله از linear regression در SPSS 17 استفاده شد.

$$r = \frac{n\sum xy - \sum x . \sum y}{\sqrt{[n\sum x^2 - (\sum x)^2][n\sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

در این رابطه x و y متغیرهای مورد بررسی می‌باشند.

بررسی صحت معادله تعیین شده

برای بررسی صحت معادله تعیین شده، از ۱۷ نمونه خاک که در تعیین معادله دخالت نداشتند استفاده شد. همان‌طور که در قبل اشاره شد، با استفاده از نرم‌افزار RETC 6.0 مدل ونگنختن ـ معلم بر داده‌های منحنی رطوبتی خاک‌ها برازش داده شد. سپس با استفاده از معادله حاصل از گام قبل، مقدار T برای هر رطوبت تعیین شد. در نهایت مقدار هدایت هیدرولیکی با استفاده از مدل شپارد و بر اساس اعوجاج حاصل از معادله تعیین شده محاسبه گردید (K_{pi}) و با مقادیر هدایت هیدرولیکی اندازه‌گیری شده (K_{mi}) مقایسه شد. به‌منظور این مقایسه از پارامتر ریشه‌ی میانگین مربعات خطای لگاریتمی (RMSLD) و معیار اطلاعاتی آکائیک (AIC_c) مطابق با روابط زیر استفاده گردید (۱۹):

$$RMSLD = \sqrt{\left(\frac{1}{t}\right)\sum_{i=1}^{t}\left[\log(K_{pi}) - \log(K_{mi})\right]^2} \quad (۱۲)$$

که t تعداد داده‌ها می‌باشد.

$$AIC_c = \ln\left(\frac{RSS}{X}\right) + \frac{x+y}{x-y-2} \quad (۱۳)$$

در این رابطه x تعداد جفت داده‌های تخمینی و اندازه‌گیری شده، y تعداد پارامترهای ورودی به مدل و RSS مجموع مربعات باقیمانده‌ی خطا می‌باشد.

یافته‌های پژوهش

در اولین گام، مدل ون‌گنوختن ـ معلم بر داده‌های اندازه‌گیری شده منحنی رطوبتی خاک‌های منتخب با استفاده از RETC6.0 برازش داده شد و ضرائب α، n و m حاصل از این برازش برای کدهای خاک انتخابی تعیین گردید. سپس با کدنویسی در MATLAB و بهینه‌سازی به روش نمونه‌گیری تکرار شونده تصادفی، مقادیر T به‌ازای مقادیر مختلف رطوبت در خاک‌های مختلف بر مبنای حداکثر انطباق میان نتایج مدل شپارد و ونگنختن ـ معلم تعیین شد.

بر اساس مقادیر به‌دست آمده، متوسط مقدار T در بافت‌های لومی، لوم رسی شنی، لوم شنی، لوم سیلتی و لوم رسی سیلتی به‌ترتیب برابر ۱/۷۵، ۱/۷۹، ۱/۵۰، ۱/۵۹ و ۱/۷۷ تعیین شد. در مقایسه مقادیر T به‌دست آمده با مقادیر پیشنهادی شپارد، مشاهده می‌شود که مقادیر به‌دست آمده در این مطالعه در مجموع از مقادیر پیشنهادی شپارد بیشتر می‌باشند. به‌عنوان مثال شپارد برای بافت خاک لومی مقدار T را برابر ۱/۲۳ پیشنهاد نمود و در این مطالعه برای این بافت خاک مقداری برابر با ۱/۷۵ به‌دست آمده است. همچنین در مقادیر پیشنهادی شپارد خاک سنگین رسی نسبت به دو بافت دیگر بیشترین مقدار T را به خود اختصاص داده است، در مطالعه حاضر نیز دو بافت دارای رس نسبت به سایر بافت‌ها از اعوجاج بزرگ‌تری برخوردارند که با توجه به ریزتر شدن تخلخل در بافت‌های دارای ذرات ریز رس، بیشتر بودن اعوجاج منطقی است. از طرفی طبق پیشنهاد شپارد کمترین مقدار T متعلق به بافت خاک شنی می‌باشد که در این مطالعه نیز بافت خاک سبک لوم‌شنی کمترین مقدار T را به خود اختصاص داده است و با توجه به اینکه در خاک‌های سبک‌بافت منفاذ درشت‌تر هستند، کوچک‌تر بودن اعوجاج منطقی به‌نظر می‌رسد. پس از تعیین مقدار T، به تعیین معادله‌ای میان T و سایر پارامترهای موثر بر اعوجاج پرداخته شد. برای این منظور بر اساس مطالعات گذشته، پارامترهای موثر بر مقدار T شناسایی شد (جدول ۱).

جدول ۱: مدل‌های برآورد ضریب اعوجاج هیدرولیکی و پارامترهای ورودی آنها (۱۳)

بر همین اساس ابتدا رابطه میان مقادیر اعوجاج برآورد شده (بهینه) در رطوبت‌های حجمی مختلف در تمامی خاک‌های منتخب برای تعیین معادله، با سایر پارامترهای فیزیکی که ممکن است با آن رابطه داشته باشند از طریق تعیین ضریب همبستگی پیرسن مورد بررسی قرار گرفت. در این بررسی بین مقدار T و پارامترهای α، S_e، θ و n نسبت به سایر پارامترها همبستگی بیشتری وجود دارد (به‌ترتیب ۰/۴۳، ۰/۳۲، ۰/۳ و ۰/۲۳-). با توجه به نوع روابط این پارامترها در معادلاتی که در گذشته توسط دیگران ارائه شده است و همچنین پس از بررسی ترکیب‌های مختلف این پارامترها با سعی و خطا و بررسی نتایج تحلیل آماری، در نهایت رابطه‌ای به شکل زیر تعیین گردید:

$$T = (0.21)\left(4^{\frac{D-1}{D}}\right) + (1.282)\left(\frac{P}{\theta}\right)^{\alpha} - (0.002)\left(\frac{1}{S_e{}^{D}}\right)$$

SE=0.182 R=0.986, n=529,

لازم به‌توضیح است که معنی‌داری ضرائب به‌دست آمده برای اجزاء اصلی معادله در سطح ۹۵٪ بررسی شده است. همچنین اجزای اصلی معادله نسبت به یکدیگر مستقل هستند و همبستگی بالایی ندارند. دامنه پارامترهای ورودی به این معادله مطابق با جدول (۲) می‌باشد:

جدول ۲: دامنه تغییرات پارامترهای ورودی به معادله (۱٤)

برای بررسی صحت معادله تعیین شده، تعداد ۱۷ نمونه خاک (استخراج از بانک خاک UNSODA) که در تعیین معادله دخالت نداشتند به‌کار رفت. با استفاده از نرم‌افزار RETC 6.0 مدل ونگنختن ـ معلم بر داده‌های منحنی رطوبتی خاک‌ها برازش داده شد و سپس با استفاده از معادله (۱۴) مقادیر T در هر گنجایش رطوبتی تعیین شد. در نهایت مقدار هدایت هیدرولیکی با استفاده از مدل شپارد محاسبه گردید (K_{pi}) و با مقادیر هدایت هیدرولیکی اندازه‌گیری شده (K_{mi}) مقایسه شد (شکل ۴ و جدول ۳).

شکل ٤: هدایت هیدرولیکی غیراشباع تخمینی به روش شپارد (۲۸) و مقایسه آن با مقادیر محاسبه شده بر اساس T به‌دست آمده از معادله (۱٤) و داده‌های اندازه‌گیری شده

ادامه شکل ٤: هدایت هیدرولیکی غیراشباع تخمینی به روش شپارد (۲۸) و مقایسه آن با مقادیر محاسبه شده بر اساس T به‌دست آمده از معادله (۱٤) و داده‌های اندازه‌گیری شده

مطابق با شکل (۴)، مشاهده می‌شود که تخمین هدایت هیدرولیکی به روش شپارد بر اساس T حاصل از معادله (۱۴) منجر به انطباق قابل توجهی میان داده‌های اندازه‌گیری شده و برآوردی، شده است. نکته قابل توجه این است که این انطباق در برخی از خاک انتخابی با بافت شنی (کدهای ۱۴۶۵ و ۱۴۶۰)، رسی (کدهای ۱۴۰۰ و ۴۶۸۱) و یا بافت رسی سیلتی (کدهای ۱۳۶۰ و ۱۳۸۳) نیز بسیار زیاد می‌باشد، علی‌رغم اینکه این بافت‌های خاک در تعیین معادله (۱۴) شرکت نداشتند. لازم

به‌ذکر است که همان‌طور که در قبل نیز اشاره شد، پارامترهای ورودی به معادله (۱۴) در دامنه مشخصی قرار داشتند و چنانچه این پارامترها در خارج از این دامنه به معادله وارد شوند، ممکن است برآورد مناسبی انجام نشود. خصوصاً در مورد خاک‌های شنی که در بسیاری از مواقع دارای n بزرگ‌تر از ۲ هستند و با توجه به معادله (۱۰) در مواقعی که n بزرگ‌تر یا مساوی با ۳ شود، مقدار D برابر صفر یا منفی خواهد بود و بنابراین قطعاً معادله (۱۴) تخمین درستی از T نخواهد داشت.

جدول ۳: مقادیر RMSLD و AIC_c بر اساس نتایج روش شپارد با ۱/۲۷ = T و T حاصل از معادله (۱٤)

مطابق با نتایج ارائه شده در جدول (۳)، مشاهده می‌شود که برآورد اعوجاج با استفاده از معادله (۱۴)، نتایج تخمین هدایت هیدرولیکی بر مبنای روش شپارد را تا حد زیادی بهبود بخشیده است. در واقع در تمامی خاک‌ها، برآورد T متناسب با مقدار رطوبت در هر بافت خاک مشخص بر مبنای معادله (۱۴)، نسبت به زمانی که T بر مبنای پیشنهاد شپارد مقدار ثابت ۱/۲۷ در نظر گرفته شده، منجر به تخمین بسیار بهتری از هدایت هیدرولیکی شده است. به‌طوری که در مقایسه مقادیر هدایت هیدرولیکی پیش‌بینی شده و اندازه‌گیری شده بر مبنای شاخص خطای RMSLD، در تمام موارد مقدار این شاخص به مقدار قابل توجهی کاهش یافته است.

از طرف دیگر، به‌منظور سنجش نیکویی برازش از ضریب آکائیک استفاده شده است. این ضریب معیاری است که در واقع تعادل میان دقت مدل و پیچیدگی آن را بیان می‌کند. برای این ضریب به‌لحاظ تشخیص مناسب بودن یا عدم مناسب بودن مدل حد آستانه‌ای وجود ندارد که مدل را رد یا تایید کند و تنها به‌لحاظ مقایسه میان دو مدل با هدف یکسان کاربرد دارد و مدلی که ضریب آکائیک کوچکتری (منفی‌تر) داشته باشد، از تعادل بیشتری بین دقت و پیچیدگی برخوردار است. این ضریب مطابق با رابطه (۱۳) تحت تاثیر تعداد پارامترهای ورودی به مدل و مجموع مربعات باقیمانده خطای ناشی از مقایسه جفت داده‌های مشاهداتی و پیش‌بینی شده (RSS) می‌باشد.

مطابق با جدول (۳)، مقدار AIC_c برای معادله (۱۴) در خاک‌های ۱۳۸۳، ۱۳۶۰، ۱۴۶۰، ۴۱۶۱، ۱۴۶۵، ۱۴۰۰ و ۲۵۴۲ مقداری منفی محاسبه شده است. از طرفی مطابق با بررسی نتایج و اظهارات شپارد (۲۸)، مدل شپارد در نقاط رطوبتی نزدیک به اشباع تخمین مناسبی از هدایت هیدرولیکی به‌دست نمی‌دهد و مقادیر هدایت هیدرولیکی با اختلاف قابل توجهی نسبت به داده‌های اندازه‌گیری شده بیش‌برآورد می‌شوند. بر این اساس چنانچه مقدار AIC_c در سایر خاک‌ها بدون در نظر گرفتن نقطه اشباع محاسبه شود، در خاک‌های ۴۵۴۲، ۴۶۸۱، ۴۰۳۰، ۴۱۸۳، ۴۶۰۱، ۴۰۴۱، ۴۶۲۱ و ۴۰۹۱ به ترتیب برابر با ۰/۵۰-، ۲/۹۶-، ۳/۴۶-، ۳/۷۹-، ۲/۰۲-، ۱/۵۶-، ۶/۰۷ و ۱/۷۲ می‌شود. درخصوص دو خاک ۴۵۴۳ و ۴۵۹۰ نیز با توجه به اینکه نقاط اندازه‌گیری شده مربوط به رطوبت‌های بین ۳۰٪ تا ۴۰٪ می‌باشد، لذا در خصوص مقدار AIC_c نمی‌توان ارزیابی دقیقی انجام داد. در مجموع بررسی مقادیر AIC_c نشان می‌دهد که علی‌رغم اینکه معادله (۱۴) دارای ۵ پارامتر ورودی است و ساختار نسبتاً پیچیده‌ای دارد، به‌لحاظ تعادل میان دقت مدل و پیچیدگی آن از عملکرد قابل قبولی برخوردار است.

نتیجه‌گیری

در این تحقیق نشان داده شد که برخلاف آنچه که شپارد (۲۸) بهترین مقدار اعوجاج را برای بافت‌های مختلف خاک برابر با ۱/۲۷ معرفی می‌کند، ثابت در نظر گرفتن این پارامتر برای بیش از ۹۵ درصد از خاک‌های مورد بررسی، منجر به تخمین نامناسبی از هدایت هیدرولیکی غیراشباع شد. در مقابل متغیر در نظر گرفتن اعوجاج متناسب با مقدار رطوبت سبب بهبود قابل توجه نتایج مدل شپارد گردید. ضمن اینکه بافت و ساختمان و متعاقباً نحوه توزیع منافذ خاک نیز اثر بسیار قابل توجهی در مقدار اعوجاج هیدرولیکی خواهد گذاشت. در این مطالعه با تکیه بر مفاهیم هندسه فرکتال‌ها و به‌صورت تجربی و بر مبنای انطباق نتایج مدل فرکتالی شپارد (۲۸) با نتایج مدل محبوب ونگنختن، معادله‌ای ارائه گردید که رابطه میان اعوجاج را با تغییرات رطوبت، درجه اشباع موثر، تخلخل معادل با رطوبت اشباع، نما و ضریب مدل ونگنختن نشان می‌دهد. قابل توجه است که اثر تغییر رطوبت در بازه اشباع تا باقیمانده در معادله گنجانده شده است. همچنین مطابق با این معادله اعوجاج از طریق نمای مدل هیدرولیکی ونگنختن که دارای ماهیت فرکتالی است و با بعد فرکتالی منفذی مرتبط می‌باشد، به نحوه توزیع منافذ خاک مرتبط می‌گردد. از طرف دیگر با ورود ضریب مدل ونگنختن به‌عنوان نمایه‌ای از عکس مکش ورود هوا، تاثیر وضعیت بزرگ‌ترین منافذ آبدار خاک نیز در اعوجاج دیده می‌شود. شپارد در سال ۱۹۹۳ اظهار می‌کند که با قبول اینکه بعد فرکتالی تخمین زده شده توسط تیلور و ویتکرفت (۳۱) در دامنه ۰/۷ تا ۱/۴۸۵ قرار دارد، اعوجاج می‌تواند مقداری در دامنه ۰/۷۲ تا ۱/۷۰ را به خود تعلق دهد. اما بر اساس مرور سایر مطالعات انجام شده مشاهده می‌شود که با تغییر میزان تخلخل از ۲۰ درصد تا ۷۰ درصد، اعوجاج هیدرولیکی بین ۱ تا ۲ تغییر می‌کند، که معادله حاضر نیز مقدار اعوجاج را در دامنه مجاز پارامترهای ورودی، بین ۱ تا ۲ به‌دست می‌دهد. در خصوص مطالعات آتی پیشنهاد می‌شود که با توجه به تاثیر بسزای نحوه توزیع منافذ خاک در تخمین اعوجاج و به‌دنبال آن نتایج روش شپارد، به نظر می‌رسد که در نظر گرفتن چند بعد فرکتالی برای منافذ خاک (رویکرد چندفرکتالی) و ورود آن به معادله به‌جای نمای مدل هیدرولیکی ونگنختن بتواند تاثیر قابل توجهی در بهبود برآورد اعوجاج و همچنین نتایج مدل شپارد بگذارد. همچنین تعیین اعوجاج در نقاط رطوبتی اشباع و نزدیک به اشباع می‌تواند تصویر صحیح‌تری از اعوجاج هیدرولیکی به‌دست دهد و انحرافات روش شپارد در ابتدای مرطوب تابع هدایت هیدرولیکی غیراشباع را کمتر کند.

ملاحظات اخلاقی

پیروی از اصول اخلاق پژوهش

در مطالعه حاضر فرم‌های رضایت نامه آگاهانه توسط تمامی آزمودنی‌ها تکمیل شد.

حامی مالی

هزینه‌های مطالعه حاضر توسط نویسندگان مقاله تامین شد.

مشارکت نویسندگان

طراحی و ایده پردازی: میثم مجیدی خلیل آباد، شیوا قلی زاده سرابی، بیژن قهرمان؛ روش شناسی و تحلیل داده‌ها: میثم مجیدی خلیل آباد، شیوا قلی زاده سرابی؛ نظارت و نگارش نهایی: بیژن قهرمان، هادی معماریان خلیل آباد.

تعارض منافع

بنابر اظهار نویسندگان مقاله حاضر فاقد هرگونه تعارض منافع بوده است.

References

1. Adler, P.M. 1992. Porous media: Geometry and transports. Butterworth–Heinemann, Stoneham, MA. https://doi.org/10.1002/aic.690400220
2. Bear, J. 1972. Dynamics of fluids in porous media. Elsevier, New York. https://books.google.com/books?hl=en&lr=&id=fBMeVSZ_3u8C&oi=fnd&pg=PP1&ots=mhcyzf_JDF&sig=OhDzQnNKGDb7NQLw-aeDdx9Tm8I
3. Brooks, R. H., and A. T. Corey. 1964. Hydraulic properties of porous media. Hydrology Paper No. 3, Colorado State Univ., Fort Collins, Colorado. https://mountainscholar.org/bitstream/handle/10217/61288/HydrologyPapers_n3.pdf?se
4. Burdine, N.T. 1953. Relative permeability calculations from pore-size distribution data. Pet. Trans. Am. Inst. Min. Metall. Eng. 198:71–77. http://dx.doi.org/10.2118/225-g
5. Carman, P.C. 1937. Fluid flow through granular beds. Trans. Inst. Chem. Eng. 15:150–166. https://www.scirp.org/(S(i43dyn45teexjx455qlt3d2q))/reference/ReferencesPapers.aspx?ReferenceID=1975478
6. Clennell, M.B. 1997. Tortuosity: A guide through the maze. In: M.A. Lovell and P.K. Harvey, editors, Developments in petrophysics. Geol. Soc., London. p. 299–344. https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.907.1114&rep=rep1&type=pdf
7. Du Plessis, J.P., and J.H. Masliyah. 1991. Flow through isotropic granular porous media. Transp. Porous Media 6:207–221. https://doi.org/10.1007/BF00208950
8. Duda, A., Z. Koza, and M. Matyka. 2011. Hydraulic tortuosity in arbitrary porous media flow. Phys. Rev. E 84:036319. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.84.036319
9. Dullien, F.A.L. 1979. Porous media: Fluid transport and pore structure. Academic Press, San Diego. https://www.elsevier.com/books/porous-media-fluid-transport-and-pore-structure/dullien/978-0-12-223650-1
10. Epstein, N. 1989. On tortuosity and the tortuosity factor in flow and diffusion through porous media. Chem. Eng. Sci. 44:777–779. https://doi.org/10.1016/0009-2509(89)85053-5
11. Fatt, I., and H. Dykstra. 1951. Relative permeability studies. Trans. Am. Inst. Min. Metall. Pet. Eng. 192:249–255. https://doi.org/10.2118/951249-G.
12. Feder, J. 1988. Fractals. Plenum Press, New York. https://www.springer.com/gp/book/9780306428517
13. Ghanbarian, B. Hunt, A.G. Ewing, R.P. and Sahimi, M. 2013. Tortuosity in Porous Media: A Critical Review. Soil Sci. Soc. Am. J. 77: 1461-1477. https://doi.org/10.2136/sssaj2012.0435
14. Hager, J., M. Hermansson, and R. Wimmerstedt. 1997. Modeling steam drying of a single porous ceramic sphere: Experiments and simulations. Chem. Eng. Sci. 52:1253–1264. https://doi.org/10.1016/S0009-2509(96)00493-9
15. Hillel, D. 2004. Introduction to environmental soil physics. Academic Press, San Diego. https://www.elsevier.com/books/introduction-to-environmental-soil-physics/hillel/978-0-12-348655-4
16. Koponen, A., M. Kataja, and J. Timonen. 1996. Tortuous flow in porous media. Phys. Rev. E 54:406–410.

https://doi.org/10.1103/PhysRevE.54.406
17. Kravchenko, A., Zhang, R., 1997. Estimating soil hydraulic conductivity from soil particle-size distribution. Proceedings of the International Workshop on Characterization and Measurement of the Hydraulic Properties of Unsaturated Porous Media.
18. Leij, F.J., Alves, W.J., Van Genuchten, M.Th., and Williams, J.R. 1999. "The UNSODA unsaturated soil hydraulic database". p. 1269-1281. In M.Th. van Genuchten et al. (ed.) Characterization and measurement of the hydraulic properties of unsaturated porous media. Univ. of California, Riverside, CA. https://data.nal.usda.gov/dataset/unsoda-20-unsaturated-soil-hydraulic-database-database-and-program-indirect-methods-estimating-unsaturated-hydraulic-properties
19. McQuarrie, A. D. R. and Tsai, C.-L. 1998. Regression and time series model selection. World Scientific, London, UK. 455 pp. https://doi.org/10.1142/3573
20. Millington, R.J., and J.P. Quirk. 1961. Permeability of porous solids. Trans. Faraday Soc. 57:1200–1206. https://doi.org/10.1039/TF9615701200
21. Moldrup, P., T. Olesen, J. Gamst, P. Schjønning, T. Yamaguchi, and D.E. Rolston. 2000a. Predicting the gas diffusion coefficient in repacked soil: Water-induced linear reduction model. Soil Sci. Soc. Am. J. 64:1588–1594. https://doi.org/10.2136/sssaj2000.6451588x
22. Mualem, Y. 1976. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsatuwww.soils.org/publications/sssaj 1477 rated porous media. Water Resour. Res 12:2187–2193
23. Rawls, W.J., D.L. Brakensiek, and S.D. Logsdon. 1993. Predicting saturated hydraulic conductivity utilizing fractal principles. Soil Sci. Soc. Am. J. 57: 1193-1197. https://doi.org/10.2136/sssaj1993.03615995005700050005x
24. Rieu, M. and G. Sposito. 1991. Fractal fragmentation soil porosity and soil water properties: 1. Theory. Soil Sci. Soc. Am. J. 55: 1231- 1238. https://doi.org/10.2136/sssaj1991.03615995005500050007x
25. Sahimi, M. 1993. Flow phenomena in rocks: From continuum models to fractals, percolation, cellular automata, and simulated annealing. Rev. Mod. Phys. 65:1393–1534. https://doi.org/10.1103/RevModPhys.65.1393
26. Schaap, M.G., and F.J. Leij. 2000. Improved prediction of unsaturated hydraulic conductivity with the Mualem–van Genuchten model. Soil Sci. Soc. Am. J. 64:843–851. https://doi.org/10.2136/sssaj2000.643843x
27. Scheidegger, A.E. 1974. Te physics of flow through porous media. 3rd ed. Univ. of Toronto Press, Toronto. https://utorontopress.com/us/the-physics-of-flow-through-porous-media-3rd-edition-1
28. Shepard, J.S. 1993. Using a fractal model to calculate the hydraulic conductivity function. Soil Sci.Soc.Am.J. 57: 300-307. https://doi.org/10.2136/sssaj1993.03615995005700020002x
29. Shinomiya, Y., K. Takahashi, M. Kobiyama, and J. Kubota. 2001. Evaluation of the tortuosity parameter for forest soils to predict unsaturated hydraulic conductivity. J. For. Res. 6:221–225. https://doi.org/10.1007/BF02767097
30. Tye, F.L. 1983. Tortuosity. J. Power Sources 9:89–100.
31. Tyler, S.W., and S.W. Wheatcraft. 1990. Fractal processes in soil water retention. Water Resour. Res. https://doi.org/10.1029/WR026i005p01047
32. Van Gneuchten, M. Th. 1980. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. Soil Sci. Soc. Am. J. 44: 892-898. https://doi.org/10.2136/sssaj1980.03615995004400050002x
33. van Damme H. Scale invariance and hydric behavior of soils and clays. CR Acad Sci Paris 1995, 320: 665–81. https://www.semanticscholar.org/pape

r/Scale-invariance-and-hydric-behaviour-of-soils-and-Damme/5d9b585189bd74ddd9649ae47dca8dff3e68aadd

34. Van Genuchten, M.Th., F.J. Leij, , and S.R. Yates. 1992. The RETC code for quantifying the hydraulic functions of unsaturated soils. Project summary, EPA'S Robert S. Kerr Environmental Research Lab., Ada ,OK, USA. https://nepis.epa.gov/Exe/ZyNET.exe/30003U6Q.TXT?ZyActionD=ZyDocument&Client=EPA&Index=1991+Thru+1994&Docs=&Query=&Time=&EndTime=&SearchMethod=1&TocRestrict=n&Toc=&TocEntry=&QField=&QFieldYear=&QFieldMonth=&QFieldDay=&IntQFieldOp=0&ExtQFieldOp=0&XmlQuery=&File=D%3A%5Czyfiles%5CIndex%20Data%5C91thru94%5CTxt%5C00000002%5C30003U6Q.txt&User=ANONYMOUS&Password=anonymous&SortMethod=h%7C-&MaximumDocuments=1&FuzzyDegree=0&ImageQuality=r75g8/r75g8/x150y150g16/i425&Display=hpfr&DefSeekPage=x&SearchBack=ZyActionL&Back=ZyActionS&BackDesc=Results%20page&MaximumPages=1&ZyEntry=1&SeekPage=x&ZyPURL
35. Wheatcraft, S.W., and S.W. Tyler. 1988. An explanation of scale-dependent dispersivity in heterogeneous aquifers using concepts of fractal geometry. Water Resour. Res. 24:566–578. https://doi.org/10.1029/WR024i004p00566
36. Xu, Y. 2004. Calculation of unsaturated hydraulic conductivity using a fractal model for the pore-size distribution. Computers and Geotechnics. 31:549-557. http://dx.doi.org/10.1016%2Fj.compgeo.2004.07.003
37. Xu, Y.F., and D.A. Sun. 2002. A fractal model for soil pores and its application to determination of water permeability. Physica. 316(1-4): 56–64. http://dx.doi.org/10.1016/S0378-4371(02)01331-6
38. Zhang, X., and M.A. Knackstedt. 1995. Direct simulation of electrical and hydraulic tortuosity in porous solids. Geophys. Res. Lett. 22:2333–2336. https://doi.org/10.1029/95GL02230