

## بررسی آزمایشگاهی و تحلیل دینامیکی فراکتال و چند فراکتال الگوهای تکامل جریان چگال

محمد حسینی<sup>۱</sup>، محمد هادی فتاحی<sup>۲،\*</sup>، سعید اسلامیان<sup>۳،۱</sup>

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸-۰۶-۲۸ صص: ۹۸-۸۱ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹-۰۴-۱۵

### چکیده

جریان چگال در اثر اختلاف دانسیته هر چند کم با سیال محیطی به وجود می آید. با گذشت زمان الگوی های تشکیل دهنده خود را کامل می کند که نسبت به شرایط اولیه تغییر حالت می دهند از این جهت هندسه فراکتال به عنوان ابزاری قدرتمند جهت بررسی پدیده های پیچیده طبیعی به کار گرفته می شود. هدف از این مقاله بررسی جامعی بر روی ویژگیهای فراکتال و چند فراکتال جریان چگال می باشد و همچنین روابط معناداری بین عدد ریچاردسون و شدت اختلاط جریان چگال با استفاده از تئوری فراکتال برقرار نمود. در این پژوهش، آزمایشات در ۲۸ حالت مختلف با تغییر در شیب کف، چگالی و دبی ورودی جریان چگال صورت گرفته است. از کد های توسعه داده شده در محیط MATLAB برای محاسبه شاخص های چند فراکتالی بعد تعمیم یافته  $D(q)$ ، طیف تکینگی  $f(\alpha)$ ، زاویه تکینگی  $\alpha$ ، ضریب مقیاسی  $T(q)$  و بعد فراکتال  $D_f$  استفاده شد. نتایج و بررسی های مختلف نشان داد با افزایش شیب کف فلوم، تقریباً بعد فراکتال کاهش می یابد. همچنین با افزایش غلظت و دبی جریان چگال، بعد فراکتال افزایش می یابد. بطور کلی با افزایش عدد ریچاردسون، زاویه چرخش  $14/5\%$  افزایش می یابد اما دامنه و زاویه  $\alpha$  به ترتیب به میزان  $82\%$  کاهش و  $6\%$  افزایش می یابد و اکثر نمودار ها آن تمایل به سمت راست دارند که درجه ای از تک فراکتالی بودن ریچاردسون را نشان می دهد با در نظر گرفتن ریچاردسون مبتنی بر بعد فراکتال تکامل جریان چگال در ۲۸ آزمایش، داده ها توانست  $12/2\%$  نسبت به حالت آزمایشگاهی بهبود یابد و همبستگی خوبی به میزان  $0/92$  را برقرار نماید.

**کلمات کلیدی:** هندسه فراکتال، عدد ریچاردسون، جریان چگال، طیف تکینگی، ضریب مقیاسی

<sup>۱</sup>گروه مهندسی عمران، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران

<sup>۲</sup>گروه مهندسی عمران، واحد مرودشت، دانشگاه آزاد اسلامی، مرودشت، ایران

<sup>۳</sup>گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

\* نویسنده مسؤل مقاله: Email: m.fattahi@sci.iaun.ac.ir



## مقدمه

جریان های ثقلی هم گفته می شود. اگر اختلاف دانسیته به علت مواد معلق باشد به این جریان ها، جریان های گل آلود اطلاق میگردد (آلتینکار و همکاران، ۱۹۹۰). شدت اختلاط جریان چگال و سیال ساکن اطراف آن که با  $E_w$  نشان داده می شود، ناشی از ناپایداری های حد فاصل جریان غلیظ و سیال ساکن بوده و به صورت نسبت سرعت اختلاط به سرعت متوسط بدنه جریان غلیظ تعریف می شود (ترنر، ۱۹۸۰) در این خصوص مطالعات متعددی توسط پژوهشگران صورت پذیرفته است. قمشی و همکاران (۲۰۱۵) مطالعه آزمایشگاهی جریان گل آلود و نمکی در اثر وجود موانع استوانه ای در کف کانال مورد بررسی قرار دادند و نتایج نشان داد هر چه ارتفاع موانع بیشتر باشد، ضریب اختلاط سیال تمیز با سیال چگال افزایش می یابد. همچنین با افزایش میزان سرعت جریان گل آلود، عدد ریچاردسون ( $Ri$ ) افزایش می یابد. اثرات موانع مختلف بر کنترل جریان گل آلود مورد بررسی قرار دادند. شکل موانع در کف کانال بر پارامترهای هیدرولیکی جریان گل آلود از جمله مکانیزم انتقال رسوب، سرعت، غلظت و ضخامت آن تاثیر بسزایی بگذارد. همچنین نشان دادند با افزایش عدد ریچاردسون ( $Ri$ )، میزان شدت اختلاط ( $E_w$ ) کاهش می یابد. (پیتالوگا، ۲۰۱۴؛ شرینگر پور و همکاران، ۲۰۱۶؛ اصغری و همکاران، ۲۰۱۷). اکثر این مطالعات به دنبال رابطه ای جهت برآورد میزان  $E_w$  هستند که با انجام آزمایش های گوناگون روی پارامترهای هیدرولیکی جریان چگال دریافتند که شدت اختلاط  $E_w$  تابعی از عدد ریچاردسون است که در جدول ۱ مشاهده می نمایید.

جریان های چگال عامل بسیاری از پدیده ها در محیط های طبیعی و مصنوعی می باشند به عنوان مثال جریان های کدر یا شور وارد شده به دریاچه ها و مخازن سد ها می تواند بر الگوی ته نشینی و فرسایش رسوبات در این محیط های آبی موثر باشند. حرکت جریان چگال در زیر آب صاف باعث ایجاد لایه برشی در فصل مشترک آب صاف و سیال چگال می گردد. لذا در فصل مشترک، برش و گردابه های فراوانی بوجود آمده و همین امر باعث درون آمیختگی آب صاف و سیال چگال می گردد که درون آمیختگی میزان اختلاف چگالی را کم نموده و از نیروی شناوری می کاهد. اختلاف جرم مخصوص ممکن است ناشی از دما، مواد معلق، مواد محلول و یا ترکیبی از آن ها باشد. چمون و همکاران (۲۰۱۶) با انجام مطالعه آزمایشگاهی جریان گل آلود در اثر وجود موانع در کف کانال، به نحوه رسوبگذاری در پشت سد ها پرداختند و بهترین راندمان درصد دبی تخلیه به میزان ۸۵٪ برای حفظ اکوسیستم پایین دست سد بدست آوردند. تخلیه جریان گل آلود از مخازن سد ها تاثیرات چشمگیری در پایین دست رودخانه می گذارد همچنین در طول سری زمانی، میزان غلظت جریان چگال ارتباط معناداری با نسبت دبی تخلیه دارد (راموس، ۲۰۱۶؛ لی و همکاران، ۲۰۱۴). اگر سیال ساکن دارای لایه بندی دانسیته باشد، جریان غلیظ، دانسیته مناسب محیط خود را پیدا خواهد کرد به صورت میان جریان حرکت می کند (گراف، ۱۹۸۳). اختلاف در وزن مخصوص و یا در واقع تأثیر شتاب ثقل بر روی اختلاف جرم مخصوص باعث ایجاد این گونه جریان ها می شود، لذا به این جریان ها،

جدول ۱- رابطه های ارائه شده توسط پژوهشگران مختلف در خصوص شدت اختلاط به صورت تابعی از عدد ریچاردسون.

نام محقق	سال ارائه	رابطه ارائه شده	شیب (درصد)
Ashida, Egashira	1975	$E_w = \frac{0.0015}{Ri}$	0.6
Fukushima et al	1985	$E_w = \frac{0.00153}{0.0204 Ri}$	---
Parker et al	1987	$E_w = \frac{0.0075}{(1 + 718 Ri^{2.4})^{0.5}}$	8
Chikita	1990	$E_w = 0.0087 \exp(-0.106 / Ri)$	1.4
Ghomeshi	1995	$E_w = \frac{0.0024}{Ri^{1.06}}$	0.625
Haghiabi	2004	$E_w = 0.0023(Ri)^{-1.0243}$	0.0-0.003
Karamzadeh	2005	$E_w = 0.0021(Ri)^{-1.1238}$	0.002-0.03
Ghasemi	2007	$E_w = 0.0017(Ri)^{-1.042}$	0.005-0.02
Torabi	2007	$E_w = 0.0033(Ri)^{-0.9301}$	0.002-0.031

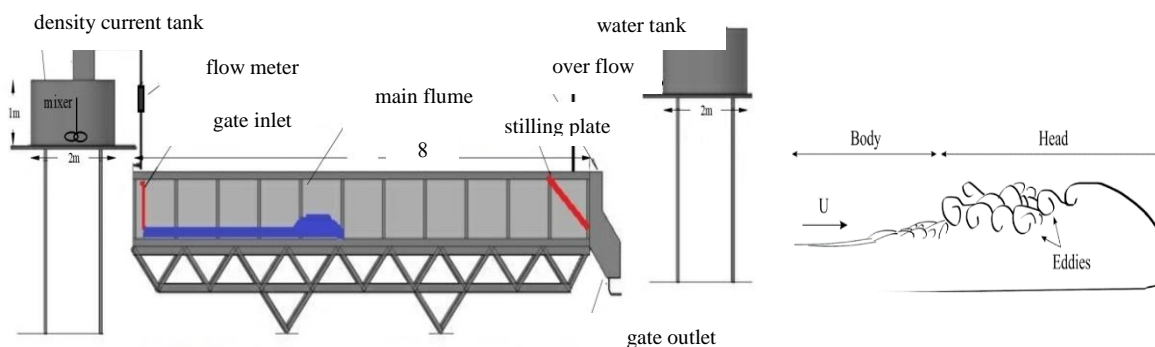
۲۰۱۷؛ سیواکومار و همکاران، ۲۰۱۸). هدف از این پژوهش بررسی جامعی بر روی ویژگیهای فراکتال و چند فراکتال الگوهای تکامل جریان چگال و یافتن برتری های تحلیل های فراکتال در آشکار سازی طبیعت غیر خطی جریان چگال است. در ضمن مطالعه انطباقی دقیق بین پارامترهای هیدرولیکی جریان چگال و تحلیل ویژگیهای چند فراکتال انجام خواهد شد بگونه ای که بتوان روابط معنا داری بین تکامل عدد ریچاردسون و شدت اختلاط جریان چگال از طریق آنالیز فراکتال و چند فراکتال داده های برداشت شده از آزمایشات جریان چگال دست یافت. با این رویکرد میتوان با انجام پردازش سریع و محاسبه ویژگیهای های فراکتال به شناخت دقیقتر جریان چگال دست یافت که تاکنون چنین مطالعه گسترده ای توسط محققین در این خصوص انجام نگرفته است.

## مواد و روش ها

### تنظیمات آزمایشگاهی

از آزمایشگاه هیدرولیک دانشگاه شیراز، برای انجام آزمایشات جریان چگال استفاده شده است و از یک فلوم بطول ۸ متر، عرض ۳۵ سانتیمتر و ارتفاع ۴۰ سانتیمتر استفاده شد. فلوم دارای قابلیت شیب پذیری مثبت و منفی می باشد. از یک مخزن ۵۰۰ لیتری برای ورود جریان چگال استفاده شده و همچنین از دو عدد مخزن آب تمیز ۲۵۰ لیتری برای تعادل سطح آب در فلوم استفاده شده است به گونه ای که یکی در ابتدا و دیگری در انتهای فلوم قرار دارد. همچنین از یک عدد میکسر برای سیرکولاسیون جریان گل آلود رسوبی استفاده شد که مانع از ته نشینی مواد در کف مخزن می گردد. با استفاده از یک عدد پمپ کف کش با مشخصات ماکزیمم هد ۱۲۰ متر برای انتقال جریان چگال استفاده شده است در مسیر انتقال پمپ کف کش، یک عدد فلومتر برای تعیین میزان دبی ورودی قرار گرفته است. در انتهای فلوم هنگام ورود آب تمیز به فلوم جهت تعادل قرار گرفتن سطح آب از یک صفحه آرام کننده جریان استفاده شده است که در شکل ۱ نمای شماتیکی از فلوم و الگوی تشکیل جریان چگال را مشاهده می شود.

هندسه فراکتال ریشه در مطالعات ریاضیدانهای اواخر قرن نوزدهم و اوایل قرن بیستم دارد که علاقه مند به ایجاد ساختارهای پیچیده هندسی بر اساس اشکال ساده ای همچون خط، مثلث، مربع و یا مکعب بودند. جریان های چگال نیز همانند بسیاری دیگر از پدیده های طبیعی ماهیت غیر خطی داشته که پدیده هایی پیچیده و حساس نسبت به شرایط اولیه می باشند که رفتار آنها تابع عوامل کنترل کننده بسیار بوده و تغییر اندک در هر یک از عوامل موثر می تواند تاثیرات قابل توجهی بر مجموعه رفتاری و الگوی دینامیکی سیستم بگذارد. به طور کلی فراکتال، سیستم هایی که در آن ها نوعی تکرار الگو مشاهده می شود را شامل می شود. این تکرار الگو هم می تواند به صورت تصادفی و هم به صورت قطعی باشد. فتاحی و همکاران (۲۰۱۰) نشان دادند که کاربرد هر یک از روشها متناسب با نوع داده های وارده میتواند دقیق ترین بعد فراکتال را حاصل کند و الزاما هر روشی را نمی توان با هر نوع داده ای به کار برد. روش شمارش جعبه ای یکی از پرکاربردترین و معروف ترین روش های محاسبه بعد فراکتالی می باشد. رضایی و همکاران (۱۳۹۰) به بررسی تغییرات الگوی هندسی رودخانه قزل اوزن با استفاده از تحلیل هندسه فراکتال پرداختند. توزیع لایه بندی ذرات خاک و نوسانات تراز سطح آب زیر زمینی به کمک الگوهای فراکتال مورد مطالعه قرار گرفته است. (رخشنده رو و همکاران، ۲۰۱۲؛ وی و همکاران، ۲۰۱۶). نوری (۱۳۹۱) تئوری فرکتال برای برآورد رگبار طرح در ایستگاه باران سنجی سد گتوند که در استان خوزستان و جنوب غرب ایران قرار دارد، بکار گرفته شده است. فتاحی و همکاران (۲۰۱۲) در نگرشی چند فراکتالی به بررسی رفتار جریان رود در زمان سیلاب پرداختند و به این نتیجه رسیدند که رفتار سری زمانی جریان در هنگام سیلاب از الگوی چند فراکتال به تک فراکتال تغییر میکند. به کمک تئوری فراکتال، زمان تمرکز حوضه آبریز و تعیین هیدرگراف رودخانه بدست آمد (کامیاب و همکاران، ۱۳۹۷؛ خطیبی و همکاران، ۲۰۱۲). در سالهای اخیر بخصوص برخی محققین به ارتباط هایی که ما بین شاخص های ژئومورفولوژیک حوضه آبریز و تحلیل فراکتال آن وجود دارد پرداخته اند (علمی زاده و همکاران، ۲۰۱۴؛ فتاحی و همکاران،



a) نمای شماتیکی فلوم

b) الگوی تشکیل جریان چگال

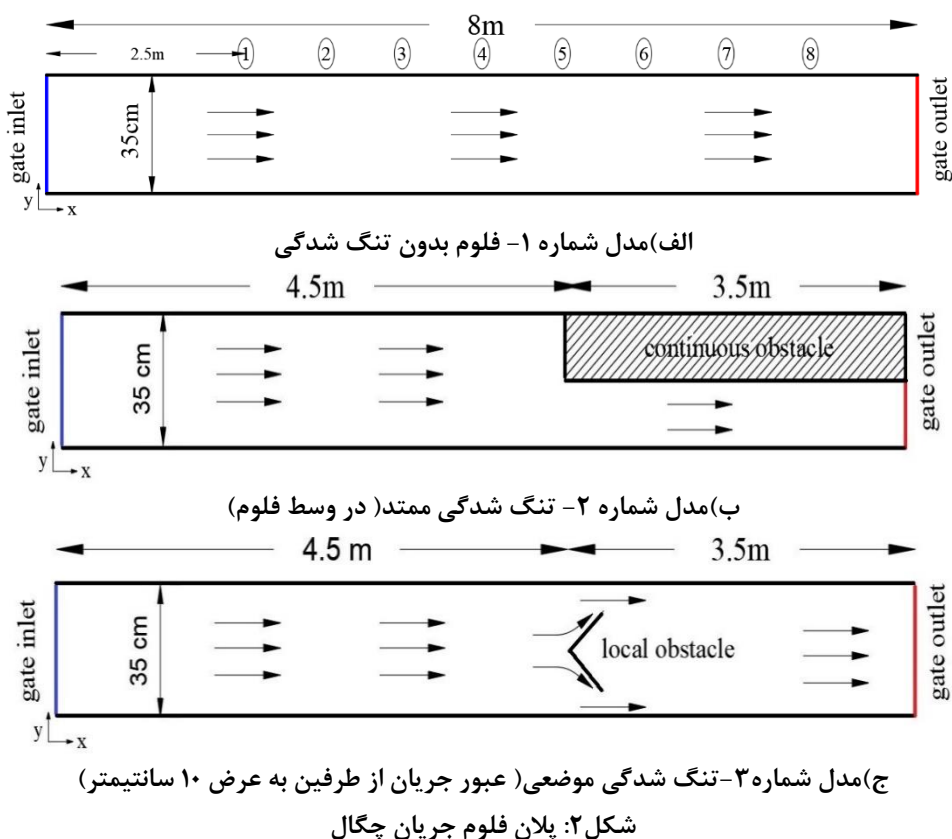
شکل ۱: نمای شماتیکی از فلوم و الگوی تشکیل جریان چگال

کرده از الک شماره ۲۰۰ می باشد که دارای وزن مخصوص  $2.65 \text{ t/m}^3$  و سرعت ته نشینی متوسط  $0.0106 \text{ mm/s}$  و قطر متوسط ذرات  $0.0074 \text{ mm}$  می باشد. اندازه گیری سرعت و برداشت غلظت در وسط فلوم می باشد چگالی آب تمیز  $998.7 \text{ kg/m}^3$  می باشد و همچنین از سه شیب ۱، ۲، و ۳ درصد و دو دبی  $50 \text{ lit/min}$  و  $90 \text{ lit/min}$  و دو چگالی  $1005 \text{ kg/m}^3$  و  $1008 \text{ kg/m}^3$  استفاده شده است. ارتفاع دریاچه که جریان چگال از آن عبور می کند و وارد آب تمیز می شود، یک سانتیمتر در نظر گرفته شده است. همچنین جهت برداشت ضخامت جریان چگال از یکسری خط کش های اندازه گیری شده در فواصل  $50$  سانتیمتری از یک دیگر قرار دارند لازم به ذکر است از یک عدد دوربین جهت ورود جریان چگال به فلوم تصویر برداری شده است. برداشت نمونه ها در  $8$  نقطه از فلوم صورت گرفته است که فواصل اندازه گیری آن  $50$  سانتیمتر می باشد که از فاصله  $2.5 \text{ m}$  از دریاچه تا  $8 \text{ m}$  می باشد در شکل ۲ شرایط مرزی وارد شده به فلوم را مشاهده می نمایید در این آزمایشات، اثر وجود تنگ شدگی ممتد و موضعی در فلوم را مورد بررسی قرار داده ایم.

همچنین برای تهیه غلظت مواد رسوبی با چگالی در نظر گرفته شده از یک عدد هیدرومتر استفاده شده است و جهت اندازه گیری سرعت جریان چگال در فلوم از یک عدد سرعت سنج الکترومغناطیسی مدل  $802$  ساخت شرکت Valeport انگلستان با دقت اندازه گیری  $\pm 5 \text{ mm/sec}$  استفاده شده است که این دستگاه دارای یک دیتا لاگر و یک سنسور اندازه گیری جریان است که قابلیت اتصال به رایانه را دارد و می توان سرعت جریان، دبی، سری زمانی سرعت و ... را اندازه گیری نماید. پراب Probe اندازه گیری جریان در سرعت سنج به کوچکترین حرکت ها حساس می باشد از این رو طرز قرار گرفتن صحیح آن در کانال مورد توجه می باشد. برای برداشت نمونه رسوبات از فلوم از چند سری سیفون ها استفاده شده است که قطر لوله های مکش  $5$  میلیمتر می باشد. لوله های متصل به سیفون ها در جهت عمق جریان در  $10$  نقطه قرار گرفته اند که بتوان غلظت متوسط جریان را اندازه گیری کرد. نمونه های گرفته شده را درون ظرف های مخصوصی ریخته و سپس جهت تعیین غلظت مواد رسوبی و چگالی آن از یک هیدرومتر با دقت اندازه گیری  $0.001 \text{ g}$  استفاده شده است. مواد معلق رسوبی استفاده شده در این آزمایش از نوع پودر سنگ الک شده عبور

جدول ۲: مقادیر ورودی جریان چگال به فلوم

Model. No	Run Number	S (%)	$\rho_0$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$g'$ (m/s <sup>2</sup> )	Q (L/min)	U (m/s)	Ri <sub>0</sub>
1	1	1	998.7	1005	0.062	50	0.2381	0.01091
1	2	2	998.7	1005	0.062	50	0.2381	0.01091
1	3	3	998.7	1005	0.062	50	0.2381	0.0109
1	4	1	998.7	1008	0.091	50	0.2381	0.01611
1	5	2	998.7	1008	0.091	50	0.2381	0.0161
1	6	3	998.7	1008	0.091	50	0.2381	0.01609
1	7	1	998.7	1005	0.062	90	0.4286	0.00337
1	8	2	998.7	1005	0.062	90	0.4286	0.00337
1	9	3	998.7	1005	0.062	90	0.4286	0.00336
1	10	1	998.7	1008	0.091	90	0.4286	0.00497
1	11	2	998.7	1008	0.091	90	0.4286	0.00497
1	12	3	998.7	1008	0.091	90	0.4286	0.00496
2	13	1	998.7	1005	0.062	50	0.2381	0.01091
2	14	3	998.7	1005	0.062	50	0.2381	0.0109
2	15	1	998.7	1008	0.091	50	0.2381	0.01611
2	16	3	998.7	1008	0.091	50	0.2381	0.01609
2	17	1	998.7	1005	0.062	90	0.4286	0.00337
2	18	3	998.7	1005	0.062	90	0.4286	0.00336
2	19	1	998.7	1008	0.091	90	0.4286	0.00497
2	20	3	998.7	1008	0.091	90	0.4286	0.00496
3	21	1	998.7	1005	0.062	50	0.2381	0.01091
3	22	3	998.7	1005	0.062	50	0.2381	0.0109
3	23	1	998.7	1008	0.091	50	0.2381	0.01611
3	24	3	998.7	1008	0.091	50	0.2381	0.01609
3	25	1	998.7	1005	0.062	90	0.4286	0.00337
3	26	3	998.7	1005	0.062	90	0.4286	0.00336
3	27	1	998.7	1008	0.091	90	0.4286	0.00497
3	28	3	998.7	1008	0.091	90	0.4286	0.00496



وجود دارد عدد ریچاردسون می تواند بصورت معادله ۲ بیان کرد.

$$R_i = \frac{g'h \cos\theta}{u^2} \quad (۲)$$

در این فرمول  $\theta$  زاویه شیب کانال،  $g'$  شتاب کاهش ثقل،  $h$  ضخامت متوسط جریان چگال و  $u^2$  سرعت متوسط جریان چگال می باشد. شدت اختلاط جریان غلیظ و سیال ساکن پیرامون آن را که با  $E_w$  نشان داده می شود، ناشی از ناپایداریهای حد فاصل جریان غلیظ و سیال ساکن بوده و بصورت نسبت سرعت اختلاط به سرعت متوسط بدنه جریان غلیظ تعریف می شود که در معادله ۳ نشان داده شده است.

$$E_w = f(R_i) \quad (۳)$$

### تئوری فراکتال

#### محاسبه بعد فراکتال

فراکتال، سیستم هایی را که در آن ها نوعی تکرار الگو مشاهده می شود را شامل می شود. این تکرار الگو هم می تواند به صورت تصادفی و هم به صورت قطعی باشد. این الگوها اگر برای پدیده ای منفرد باشند آن

### معیار ریچاردسون و شدت اختلاط

جریان ثقلی، جریانی با چگالی ( $\rho_t$ ) است که ذاتاً در اثر اختلاف چگالی ( $\Delta\rho$ ) بر روی شتاب جاذبه ( $g$ ) بوجود می آید. این جریان مادامیکه جاذبه بوسیله نسبت  $\frac{\Delta\rho}{\rho_a}$  کاهش یافته است رخ می دهد. در واقع جاذبه کاهش یافته نیروی محرکه جریان وزنی است به عبارتی دیگر جریان های غلیظ نیروی ثقل که عامل حرکت این گونه جریان ها است دارای شتابی کمتر از شتاب ثقل زمین بوده است که این میزان در معادله ۱ تعریف شده است.

$$g' = g \left( \frac{\rho_t - \rho_a}{\rho_a} \right) \quad (۱)$$

که در آن،  $\rho_t$  چگالی متوسط جریان،  $\rho_a$  چگالی سیال آب و  $g$  شتاب ثقل زمین است (آلتینکار، ۱۹۹۰). در ناحیه ای که چگالی و سرعت تابعی از ارتفاع می باشد بهتر است اختلاط بجای عدد فرود چگالی توسط عدد گرادیان ریچاردسون بیان گردد. در مواردی که اختلاط ناچیز بوده و یک سطح مشترک واضح و روشن

$$D_q = \frac{1}{(q-1)} \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln \sum \mu_i^q}{\ln \delta} \quad (5)$$

که در آن  $\mu_i$  طول کلی شکل در  $i$  امین جعبه می باشد. یک شبکه فراکتال که با مجموعه نامحدودی از بعد های تعمیم یافته  $D_q$  برای کلیه مقادیر حقیقی  $q$  تعریف میشود به عنوان یک طیف چند فراکتال شناخته می شود. مقدار  $q$  متعلق به مجموعه اعداد حقیقی است و بازه تغییرات آن از  $-q$  تا  $+q$  نشانگر آستانه حدی است که مقدار  $D_q$  با کم یا زیاد شدن  $q$  از این حد، کاهش و یا افزایش نخواهد داشت و بر اساس الگوریتم تکرار و خطا مشخص میگردد (Bonnet et al. 2001). همچنین با محاسبه بعد تعمیم یافته فراکتال در نقطه  $q=0$  و تفریق آن از بعد فراکتال می توان تا حدودی به رفتار سیستم پی برد. بدین صورت که هرچه عدد به دست آمده از این تفریق، که آن را  $\Delta$  می نامند (معادله ۶)، کمتر باشد تمایل سیستم به الگوی چندفراکتالی را بیشتر نشان می دهد.

$$\Delta = D_f - D_{q=0} \quad (6)$$

### طیف تکینگی<sup>۲</sup>

طیف تکینگی  $f(\alpha)$  بعد فراکتال جعبه هایی است با شدت تکینگی  $\alpha$  در جایکه  $\alpha$  پارامتر موضعی است که محاسبات آن از جعبه ای به جعبه دیگر تغییر میکند. تعیین این پارامتر از معادله ۷ بدست می آید (Chhabra et al. 1989).

$$f(\alpha) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\sum \mu_i(q, \delta) \log \mu_i(q, \delta)}{\log(\delta)} \quad (7)$$

$\mu(q, \delta)$  وزن مربوط به  $i$  امین جعبه،  $\delta$  اندازه جعبه و  $\alpha$  شدت تکینگی می باشد. با بررسی زاویه  $\alpha$  در این نمودار و با توجه به باز و بسته بودن این نمودار که از آن به عنوان دامنه یاد می شود، می توان رفتار سیستم را تا حدودی حدس زد. بدین صورت که هرچه دامنه کمتر باشد، تمایل به تک فراکتالی بودن بیشتر است و بالعکس هر چه دامنه بیشتر باشد درجه ای از چندفراکتالی بودن را نشان می دهد

### ضریب مقیاسی<sup>۱</sup>

پدیده تک فراکتال نامیده میشود و شاخص فراکتال بودن آن عددی به نام بعد فراکتال است که به روشهای مختلف میتوان آن را استخراج کرد (Eke 2000). هرگاه برای بیان دینامیک سیستم نیازمند الگوهای متعدد فراکتالی باشیم به عبارت دیگر استفاده از یک نمای منفرد بعد فراکتالی پاسخگو نباشد، سیستم چند فراکتال تعریف می شود. بعد فراکتال در واقع معیاری برای سنجش مقیاس هندسی یک پدیده است که می تواند با توجه به میزان پیچیدگی پدیده یک عدد غیر صحیح باشد. بعد فراکتال میتواند عددی بین ۱ و ۲ برای یک منحنی باشد. یکی از روشهای بدست آوردن بعد فراکتال، روش شمارش جعبه ای است. این روش هوشمندانه و ساده در اجرا است. یک منحنی فراکتال، منحنی با بی نهایت جزء خودمتمابه می باشد. یک پدیده فراکتال، طول  $L$  به عنوان تابعی از دقت ابزار اندازه گیری  $\delta$  است. الگوریتم شمارش جعبه ای،  $L(\delta)$  را برای  $\delta$  مختلف با محاسبه تعداد جعبه های غیرهمپوشان با اندازه  $\delta$  که برای پوشاندن منحنی فراکتال لازم می باشند، بدست می آورد. بعد فراکتال  $D_f$  از معادله ۴ بدست می آید.

$$D_f = -\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log N(\delta)}{\log(\delta)} \quad (4)$$

که در آن  $N(\delta)$  تعداد جعبه های مورد نیاز با اندازه  $\delta$  است که برای پوشش کامل منحنی فراکتال لازم می باشد.

### بعد تعمیم یافته<sup>۱</sup>

روش شمارش جعبه ای امکان تعمیم مفهوم چند فراکتال را می دهد. برای هر  $\delta$  روش شمارش جعبه ای بی قاعدگی های اندازه ای کمتر از  $\delta$  را نادیده میگیرد. بنا بر این تعداد نقاط یافت شده درون جعبه ها که مجموعه را پوشش میدهند متناسب نیست. بعد فراکتال حاصل از شمارش جعبه ای در واقع اطلاعات کلی و یا میانگین اطلاعات شبکه را منتقل مینماید و از بی نظمیهای موضعی این چنینی عبور میکند. به همین دلیل بعد فراکتال تعمیم یافته در معادله ۵ تعریف می گردد (Carpinteri et al. 2009).

<sup>۲</sup> Singularity Spectrum

<sup>۱</sup> Fractal Generalized Dimension



ضریب مقیاسی که به  $T(q)$  شناخته میشود شیب منحنی برازشی لوگ-لوگ تابع ضریب مقیاسی  $T(q)$  بر حسب  $q$  میباشد. نمودار  $T(q)$  بر حسب  $q$  به عنوان یکی از پرکاربردترین نمودارها در طیف چند فراکتالی شناخته می شود، معمولاً جهت تعیین الگوی رفتاری سیستم مورد استفاده قرار می گیرد. خطی بودن این نمودار نشان دهنده تمایل سیستم به الگوی چند فراکتالی است و بالعکس وجود شکستگی درجه ای از تک فراکتالی بودن را نشان می دهد. معادله ۸ نحوه محاسبه تابع ضریب مقیاس بر اساس شاخص بعد فراکتال تعمیم یافته را نشان میدهد (Pathak & Tanna (2013).

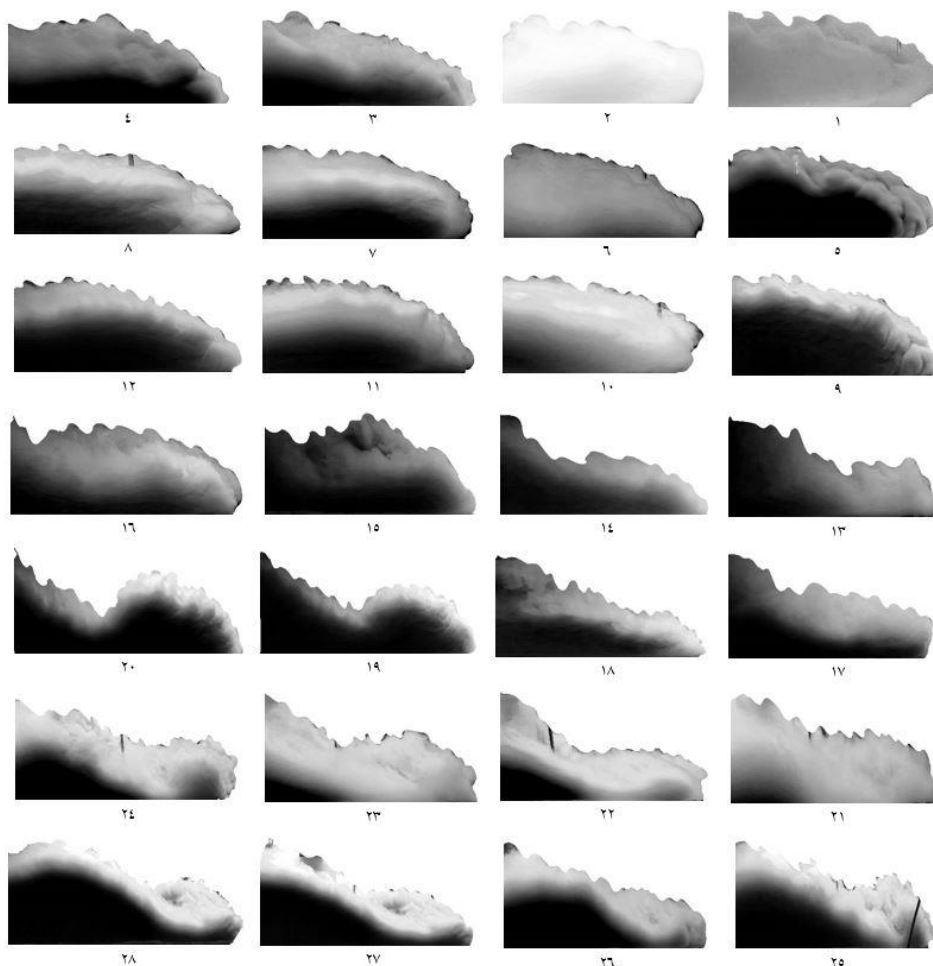
$$T(q) = q \cdot D(q) - 1 \quad (8)$$

که در آن  $q$  مجموعه اعداد حقیقی و  $D(q)$  بعد تعمیم یافته می باشد.

## یافته ها و بحث

### بعد فراکتال جریان چگال

در این قسمت از تحقیق به بررسی الگوهای تکاملی جریان چگال در طول فلوم پرداخته شده است با ثابت بودن دوربین در یک موقعیت خاص روند تکاملی به تصویر کشیده شده است با استفاده از تصویر الگوی جریان چگال در ۸ مقطع ذکر شده، پردازش تصویر توسط کدهای توسعه داده شده در محیط MATLAB صورت گرفته است که در پیوست الف موجود است. نمونه ای از تصویری برداری کلی از الگوی جریان در ۸ مقطع اندازه گیری در شکل ۳ برای هر ۳ مدل با در نظر گرفتن دبی ورودی ۵۰ lit/min و شیب بستر ۱٪ و چگالی ورودی  $1005 \text{ kg/m}^3$  نشان داده می شود



شکل ۳: تصاویر پردازش شده الگوی کلی از ناحیه هد جریان چگال در هر آزمایش در فاصله ۵m از دریچه ورودی

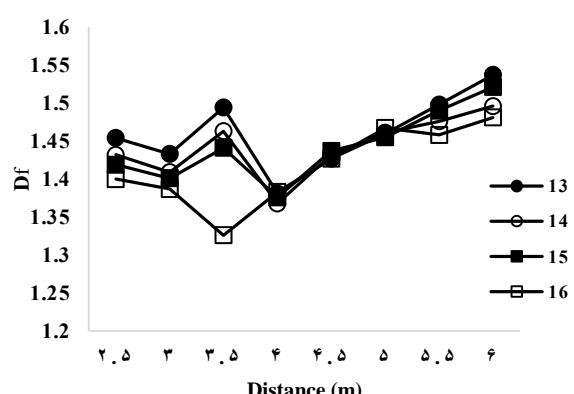
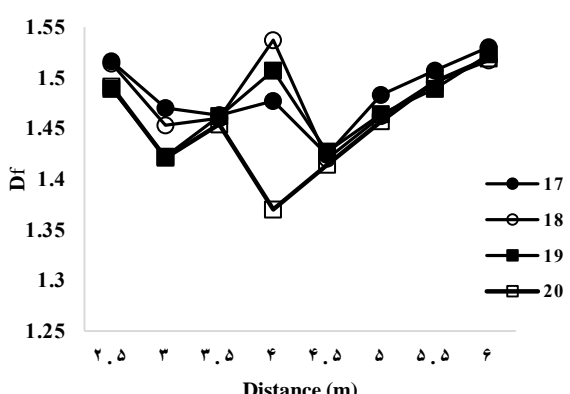
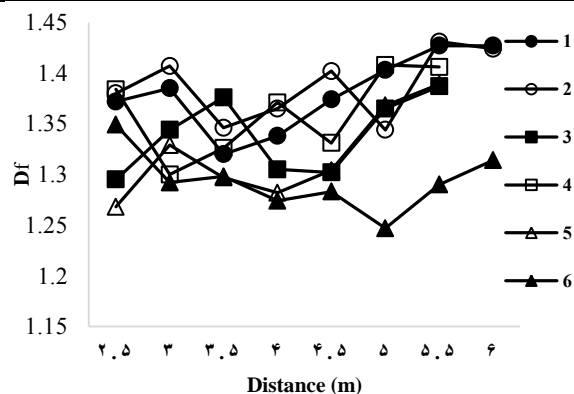
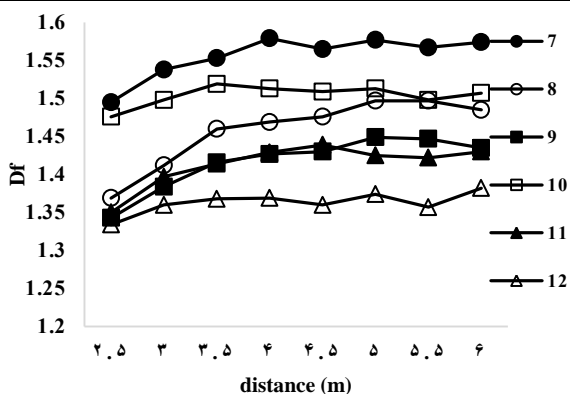
آزمایش شماره ۲۴ که مدل تنگ شدگی موضعی است میزان تغییرات بعد فراکتال در طول کل فلوم ۱۶/۴٪ می باشد و در آزمایش شماره ۱۰ که مدل بدون تنگ شدگی است میزان تغییرات بعد فراکتال در طول کل فلوم ۲/۹٪ می باشد. بطور کلی با افزایش دبی از ۵۰ lit/min به ۹۰ lit/min بعد فراکتال در فلوم ۵٪ افزایش می یابد و با افزایش شیب بستر فلوم از ۱٪ به ۳٪ بعد فراکتال ۳/۲٪ کاهش می یابد همچنین با افزایش چگالی جریان از ۱۰۰۵ kg/m<sup>3</sup> به ۱۰۰۸ kg/m<sup>3</sup> بعد فراکتال جریان چگال ۲/۲ درصد کاهش می یابد.

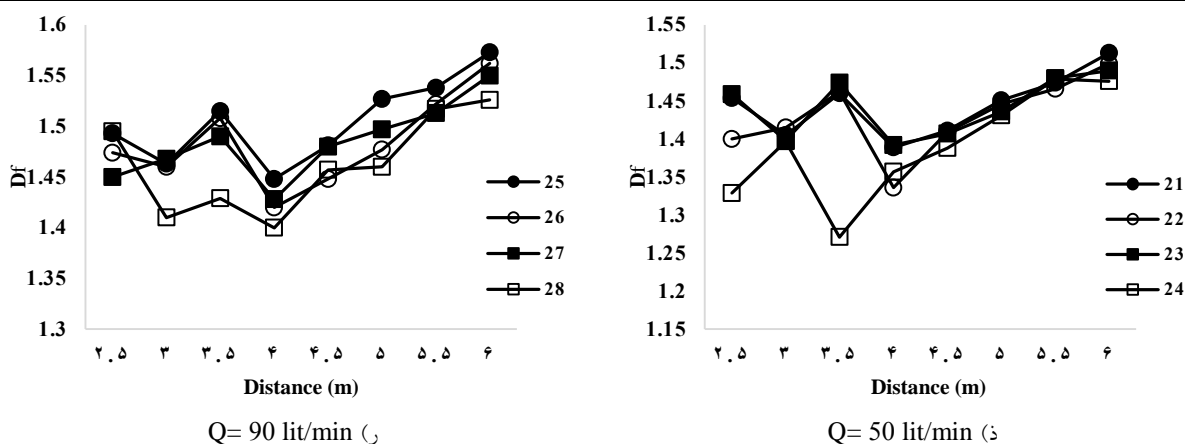
مقادیر بعد فراکتال برای همه آزمایشات در تمامی مقاطع مطابق جدول ۳ بدست آمده است و در شکل ۴ سیر تکاملی آن نشان داده شده است. بیشترین بعد فراکتال مربوط به آزمایش شماره ۷ به میزان ۱/۵۷۹ زمانیکه دبی ورودی ۹۰ lit/min می باشد و کمترین بعد فراکتال مربوط به آزمایش شماره ۶ به میزان ۱/۲۴۷ زمانیکه دبی ورودی ۵۰ lit/min است با تکامل جریان چگال رفته رفته بعد فراکتال افزایش می یابد و در مدل های ۲ و ۳ که دارای تنگ شدگی است این افزایش بعد فراکتال ملموس تر قابل مشاهده است. بطوریکه در

جدول ۳: بعد فراکتال آزمایشات در همه مقاطع کانال

Exp. No	Q (lit/min)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	S %	$D_f$							
				1	2	3	4	5	6	7	8
1	50	1005	1	1.372	1.385	1.32	1.338	1.374	1.403	1.427	1.427
2	50	1005	2	1.38	1.407	1.346	1.365	1.402	1.344	1.431	1.424
3	50	1005	3	1.355	1.295	1.344	1.376	1.305	1.302	1.365	1.387
4	50	1008	1	1.346	1.384	1.3	1.326	1.371	1.331	1.408	1.406

5	50	1008	2	1.36	1.268	1.329	1.297	1.282	1.304	1.368	1.389
6	50	1008	3	1.349	1.292	1.298	1.274	1.283	1.247	1.29	1.314
7	90	1005	1	1.495	1.538	1.553	1.579	1.565	1.577	1.567	1.574
8	90	1005	2	1.369	1.412	1.46	1.469	1.476	1.497	1.497	1.485
9	90	1005	3	1.343	1.384	1.416	1.427	1.43	1.449	1.447	1.435
10	90	1008	1	1.476	1.498	1.519	1.513	1.509	1.513	1.498	1.507
11	90	1008	2	1.35	1.397	1.414	1.429	1.439	1.425	1.422	1.43
12	90	1008	3	1.334	1.36	1.368	1.369	1.36	1.374	1.357	1.382
13	50	1005	1	1.454	1.433	1.494	1.381	1.427	1.46	1.498	1.537
14	50	1005	3	1.432	1.409	1.463	1.368	1.432	1.461	1.476	1.496
15	50	1008	1	1.419	1.401	1.441	1.376	1.437	1.455	1.49	1.521
16	50	1008	3	1.4	1.387	1.326	1.383	1.427	1.467	1.458	1.481
17	90	1005	1	1.516	1.47	1.463	1.477	1.424	1.483	1.507	1.53
18	90	1005	3	1.514	1.453	1.46	1.537	1.42	1.462	1.496	1.517
19	90	1008	1	1.489	1.422	1.462	1.507	1.427	1.464	1.489	1.523
20	90	1008	3	1.491	1.421	1.454	1.37	1.414	1.457	1.496	1.519
21	50	1005	1	1.454	1.405	1.46	1.389	1.411	1.451	1.474	1.513
22	50	1005	3	1.4	1.415	1.462	1.336	1.409	1.446	1.466	1.499
23	50	1008	1	1.459	1.398	1.474	1.392	1.407	1.436	1.48	1.49
24	50	1008	3	1.329	1.397	1.271	1.357	1.388	1.431	1.479	1.476
25	90	1005	1	1.493	1.463	1.515	1.448	1.481	1.527	1.538	1.573
26	90	1005	3	1.474	1.46	1.508	1.42	1.448	1.477	1.522	1.562
27	90	1008	1	1.45	1.468	1.49	1.428	1.48	1.497	1.513	1.55
28	90	1008	3	1.495	1.41	1.429	1.4	1.457	1.46	1.517	1.526



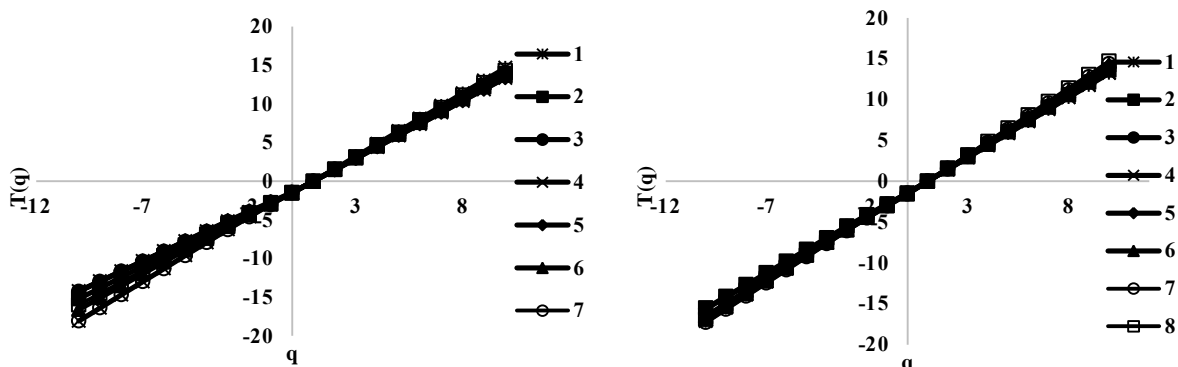


شکل ۴: تکامل بعد فراکتال در طول فلوم در ۸ موقعیت مختلف از دریچه

که بیشترین زاویه چرخش در مقطع ۵m در آزمایش شماره ۲۱ به میزان ۱۸۰ درجه و نمودار خط راست تشکیل داده که تمایل به سمت چند فراکتالی دارد و کمترین زاویه چرخش در مقطع ۵m در آزمایش شماره ۱۵ به میزان ۱۵۵/۷ درجه و نمودار خط شکسته ای دارد که تمایل سیستم به سمت تک فراکتال بیشتر می شود. همچنین با افزایش شیب کف فلوم از ۱٪ به ۳٪ میزان تغییرات زاویه چرخش ۱/۵ درصد افزایش می یابد و روند به سمت چند فراکتالی بیشتر می شود اما با افزایش دبی و چگالی ورودی چندان تغییر قابل ملموسی مشاهده نمی شود.

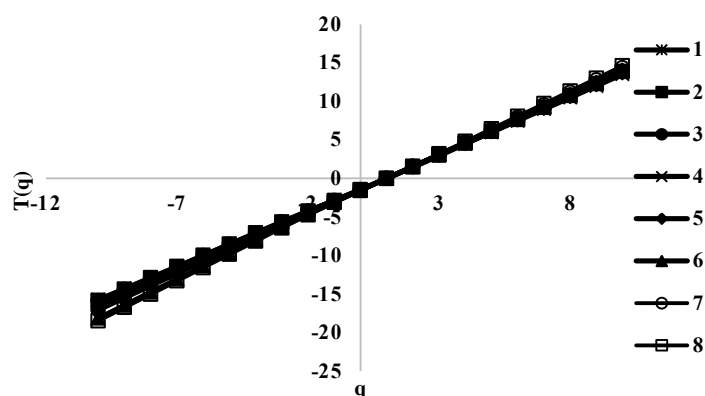
### محاسبه شاخص های چند فراکتال

از آنجایی که بعد فراکتال به تنهایی نمی تواند معیار مناسبی برای بررسی غیر خطی فراکتال باشد، تحلیل چند فراکتال طبیعت غیر خطی آن را بهتر نشان می دهد. با در نظر گرفتن دیگر شاخص های فراکتالی می توان به تحلیل کلی فلوم پرداخت. به عنوان مثال در شکل ۵ برای دبی ورودی ۹۰ lit/min و شیب ۱٪ با چگالی ورودی ۱۰۰۵ kg/m<sup>3</sup> نمودار ضریب مقیاس همه مدلها در طول کل فلوم در ۸ مقطع نشان داده شده است که با تکامل الگوی جریان چگال زاویه چرخش افزایش می یابد و به سمت چند فراکتال میل می کند. با بررسی کلی مدل ها مطابق پیوست الف نشان می دهد



ب) مدل شماره ۲

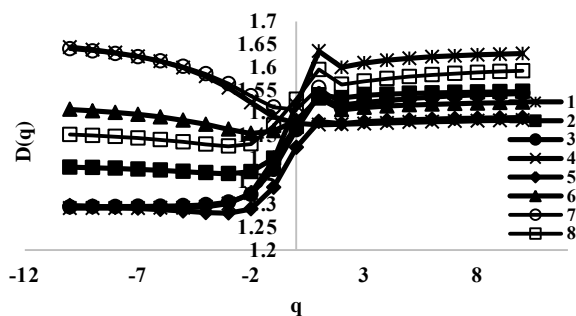
الف) مدل شماره ۱



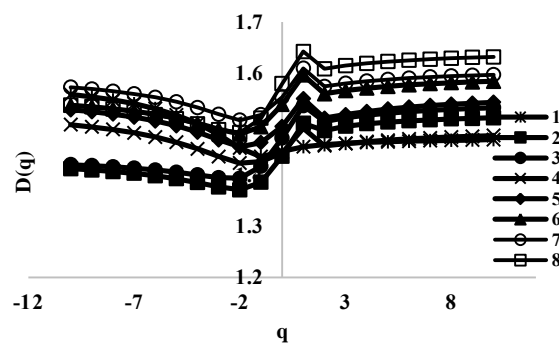
ج) مدل شماره ۳

شکل ۵: نمودار ضریب مقیاس همه مقاطع مدل ها با دبی ورودی ۹۰ lit/min و شیب ۱٪ با چگالی ورودی  $1005 \text{ kg/m}^3$  شماره ۲۴ به میزان  $0/045$  و نمودار روند ملایمی دارد که تمایل سیستم به سمت تک فراکتال بیشتر می شود. همچنین با افزایش شیب کف فلوم از ۱٪ به ۳٪ میزان تغییرات  $Dq$  به میزان  $8/5$ ٪ کاهش می یابد و روند به سمت تک فراکتالی بیشتر می شود همچنین با افزایش چگالی از  $1005 \text{ kg/m}^3$  به  $1008 \text{ kg/m}^3$  تغییرات  $Dq$  به میزان  $12/3$ ٪ کاهش می یابد اما با افزایش دبی تغییرات چندانی رخ نمی دهد بطوریکه با افزایش دبی از ۵۰ lit/min به ۹۰ lit/min تغییرات  $Dq$  به میزان  $0/3$ ٪ افزایش می یابد. بطور کلی با افزایش شیب و چگالی روند تکاملی سیستم به سمت تک فراکتال میل می نماید.

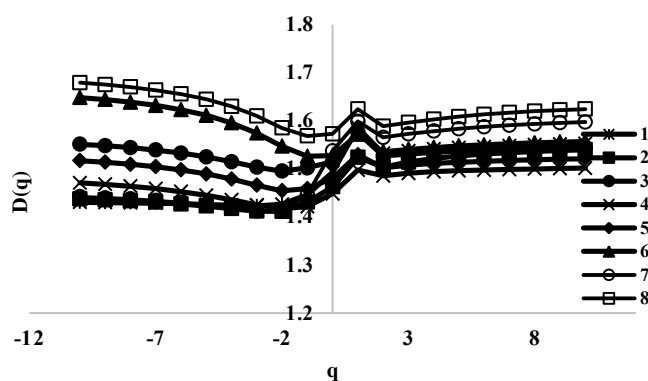
نمودار بعد تعمیم یافته همه مدلها در شکل ۶ در طول کل فلوم در ۸ مقطع نشان داده شده است تفاضل مقادیر بعد تعمیم یافته در  $q=10$  و  $q=-10$  محاسبه شده است که با تکامل الگوی جریان چگال در طول فلوم نمودار تغییرات  $Dq$  سیر صعودی ملایمتری دارد و تمایل به چند فراکتال کاهش می یابد و رفتار تک فراکتالی به خود می گیرد. با بررسی کلی مدل ها مطابق پیوست الف نشان می دهد که بیشترین تغییرات  $Dq$  در مقطع  $2/5m$  در آزمایش شماره ۱ به میزان  $0/41$  که نمودار روند برجسته و تندی دارد و تمایل به چند فراکتالی دارد و کمترین تغییرات  $Dq$  در مقطع  $4/5m$  در آزمایش



ب) مدل شماره ۲



الف) مدل شماره ۱

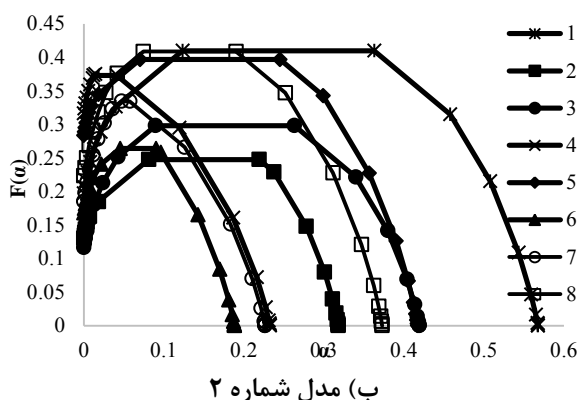


ج) مدل شماره ۳

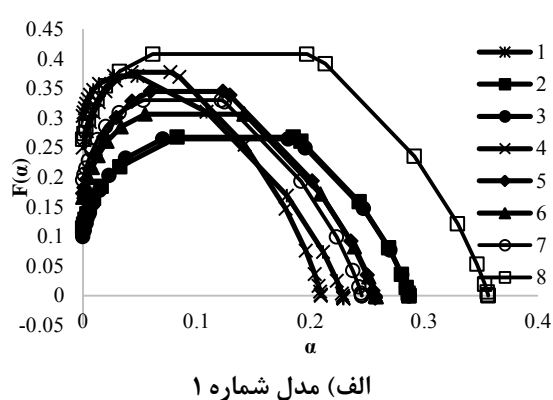
شکل ۶: نمودار بعد تعمیم یافته همه مقاطع مدل ها با دبی ورودی ۹۰ lit/min و شیب ۱٪ با چگالی ورودی ۱۰۰۵ kg/m<sup>3</sup>

افزایش می یابد و روند با افزایش شیب به سمت تک فراکتالی می رود و نسبت به تغییر کوچک شیب کانال حساس می باشد همچنین با افزایش چگالی از ۱۰۰۵ kg/m<sup>3</sup> به ۱۰۰۸ kg/m<sup>3</sup> دامنه و زاویه  $\alpha$  به ترتیب به میزان ۳/۶٪ کاهش و ۳/۷٪ افزایش می یابد و روند با افزایش چگالی به سمت تک فراکتال میل می کند و نسبت به تغییر کوچک چگالی ورودی حساس می باشد اما با افزایش دبی از ۵۰ lit/min به ۹۰ lit/min و زاویه  $\alpha$  به ترتیب به میزان ۱۱/۵٪ افزایش و ۱/۵٪ کاهش می یابد که روند سیستم با افزایش دبی به سمت چند فراکتالی میل می کند و با تغییرات بزرگ دبی ورودی حساس می باشد. بطور کلی در طول کل فلوم با افزایش شیب و چگالی روند تکاملی سیستم به سمت تک فراکتال و با افزایش دبی به سمت چند فراکتال میل می نماید.

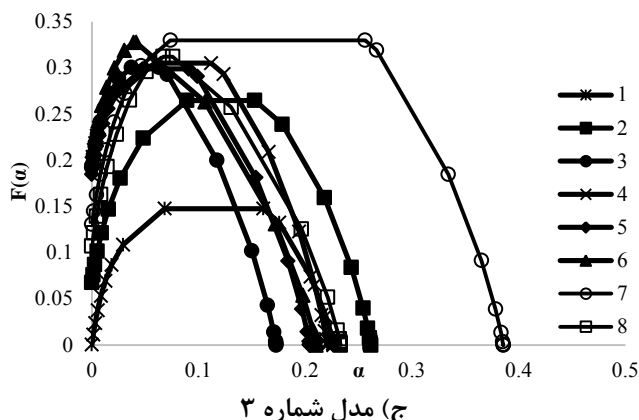
نمودار طیف تکینگی همه مدلها در شکل ۷ در طول کل فلوم در ۸ مقطع نشان داده شده است بطور کلی نمودارها دارای عدم تقارن به سمت راست که تمایل به تک فراکتال بودن پدیده را نشان میدهد که نسبت به تغییرات موضعی بزرگ غیر حساس است به عبارتی با کوچکترین تغییر در شرایط ورودی جریان غلیظ، الگوی تشکیل شکل جریان تغییر می یابد اما برای بررسی دقیقتر پدیده تکامل مطابق پیوست الف نشان می دهد که بیشترین دامنه  $\alpha$  در مقطع ۳m در آزمایش شماره ۲۸ به میزان ۰/۹۹ که نمودار دامنه بازتری دارد و تمایل به چند فراکتالی دارد و کمترین دامنه  $\alpha$  در مقطع ۳m در آزمایش شماره ۶ به میزان ۰/۰۸۵ و نمودار دامنه کمتری دارد که تمایل سیستم به سمت تک فراکتال بیشتر می شود. همچنین با افزایش شیب کف فلوم از ۱٪ به ۳٪ دامنه و زاویه  $\alpha$  به ترتیب میزان ۵٪ کاهش و ۱٪



ب) مدل شماره ۲



الف) مدل شماره ۱



شکل ۷: نمودار طیف تکینگی همه مقاطع مدل ها با دبی ورودی ۹۰ lit/min و شیب ۱٪ با چگالی ورودی  $1005 \text{ kg/m}^3$  سمت الگوی تک فراکتال میل می کند و با افزایش دبی آزمایشات در جدول ۴ نشان داده شده است. بطور کلی با افزایش شیب و چگالی ورودی رفتار جریان چگال به

جدول ۴: نمودار شاخصهای فراکتالی همه مقاطع مدل ها در اثر تغییرات ورودی اولیه

Exp. No	Type	$D_f$	Vertex angle ( $\theta$ )	Changes' Rate $D(q=10) - D(q=-10)$	Range ( $\alpha_{\max} - \alpha_{\min}$ )	Angle $\alpha$
Q (lit/min)	50 $\rightarrow$ 90	+5%	+0.1%	+0.3%	+11.5%	-1.5%
S (%)	1 $\rightarrow$ 3	-3.2%	+1.5%	-8.5%	-5%	+1%
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1005 $\rightarrow$ 1008	-2.2%	-0.1%	-12.3%	-3.6%	+3.7%

آزمایشهای مختلف، نشان می دهد بیشترین عدد ریچاردسون مربوط به آزمایش ۱۳ در مقطع ۴/۵m از دریچه با میزان ۱۶/۲ و کمترین عدد ریچاردسون مربوط به آزمایش شماره ۱۸ در مقطع ۶ m از دریچه ورودی به میزان ۰/۴۳۷ می باشد.

معیار ریچاردسون و شدت اختلاط جریان چگال بررسی شاخصهای فراکتالی کلیه آزمایشات در فواصل مختلف برای عدد ریچاردسون مطابق جدول ۵ انجام گرفته است و شاخص های فراکتالی در آن نمایش داده شده است همچنین مقادیر به دست آمده برای

جدول ۵: خلاصه نتایج شاخص های فراکتالی همه آزمایشات در مقاطع مختلف در ریچاردسون ماکزیمم و مینیمم

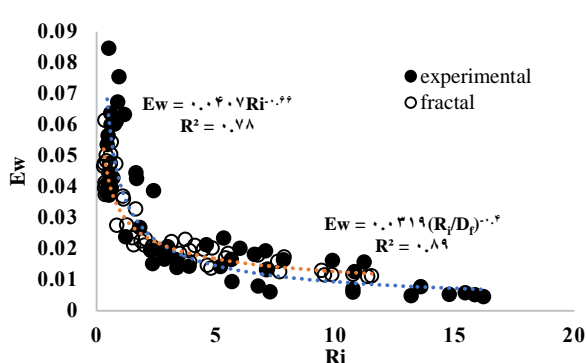
Exp. No	Type	$D_f$	Vertex angle ( $\theta$ )	Changes' Rate $D(q=10) - D(q=-10)$	Range ( $\alpha_{\max} - \alpha_{\min}$ )	Angle $\alpha$
18	$Ri_{\min}$	1.496	174.91	0.289	0.54	68.08
13	$Ri_{\max}$	1.427	179.82	0.063	0.152	76.63
Range (%)		-4.61%	+2.8%	-78.2%	-72%	+11.15%

تعیین ۰/۶۶ به ۰/۸۱ ارتقاء دهد و همبستگی خوبی را با داده ها برقرار نماید. در نمودار مدل شماره ۱ با در نظر گرفتن ریچاردسون مبتنی بر بعد فراکتال، داده ها توانست ۱۲/۲٪ نسبت به حالت آزمایشگاهی بهبود یابد و همبستگی خوبی به میزان ۰/۹۲ را برقرار نماید و در نمودار مدل شماره ۲ با در نظر گرفتن ریچاردسون مبتنی بر بعد فراکتال، داده ها توانست ۱۴/۱٪ نسبت به حالت آزمایشگاهی بهبود یابد و همبستگی خوبی به میزان ۰/۸۹ را برقرار نماید همچنین در نمودار مدل شماره ۳ با در نظر گرفتن ریچاردسون مبتنی بر بعد فراکتال، داده ها

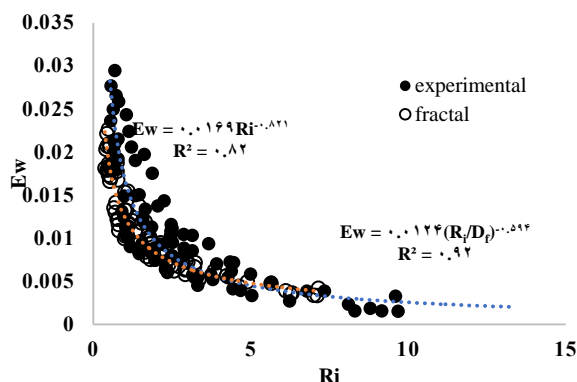
همانطور که قبلا اشاره شد، عدد ریچاردسون تابعی از شدت اختلاط و عدد رینولدز می باشد که نتایج آن در بخش های قبلی ذکر گردید و داده های جریان چگال توانست با ارتباط معناداری بین ریچاردسون و شدت اختلاط برقرار نماید. با در نظر گرفتن ریچاردسون مبتنی بر بعد فراکتال، داده ها اصلاح گردید و توانست همبستگی بالایی را برقرار نماید که در شکل ۸ نشان داده شده است. با در نظر گرفتن کلیه مقاطع در طول کل فلوم برای همه آزمایشات، آنالیز فراکتالی توانست داده های آزمایشگاهی را بهبود ببخشد و و از ضریب

مبتنی بر بعد فراکتال توانست ۲۲/۷٪ داده های آزمایشگاهی را بهبود ببخشد.

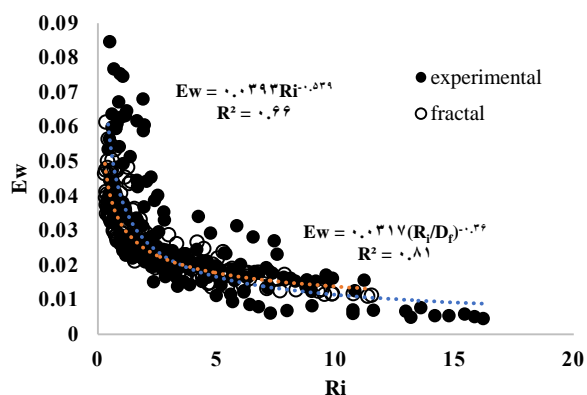
توانست ۱۷/۸٪ نسبت به حالت آزمایشگاهی بهبود یابد و همبستگی خوبی به میزان ۰/۸۶ را برقرار نماید با در نظر گرفتن همه مدلها در همه مقاطع فلوم، ریچاردسون



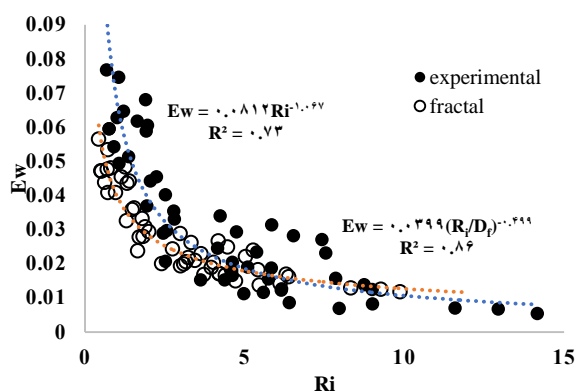
(ب) مدل شماره ۲



(الف) مدل شماره ۱



(د) کل مدلها



(ج) مدل شماره ۳

شکل ۸: مقایسه و برازش اعداد ریچاردسون و شدت اختلاط آزمایشگاهی و فراکتالی در همه مقاطع

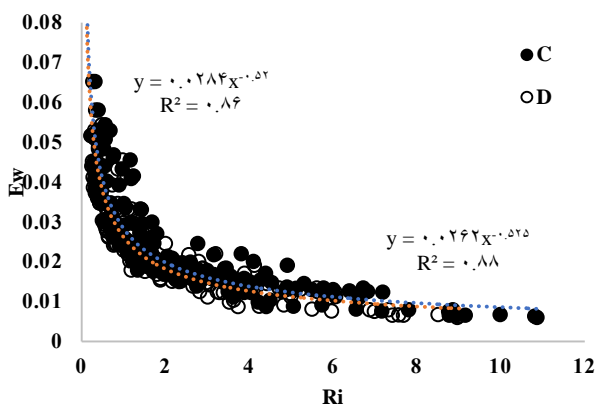
شدت اختلاط به میزان ۰/۸۵ برقرار نمودند و داده های فراکتال سری B نسبت به داده های آزمایشگاهی توانستند ۲۸/۷٪ بهبود یابند. همچنین نمودارها نشان می دهد با اضافه شده شاخص های فراکتالی رفته رفته برازش داده ها بهبود می یابد. با مقایسه سری D و F نتایج نشان می دهد که دامنه  $\alpha$  و بعد تعمیم یافته فراکتال تاثیر کمتری بر روابط دارد بطوریکه سری D با در نظر گرفتن بعد فراکتال، زاویه  $\alpha$  و زاویه چرخش  $\theta$  ضریب مقیاس برازش مناسبی بین داده ها با میزان همبستگی ۰/۸۸ و مجذور خطا مربعات ۰/۰۰۳۲ برقرار

با در نظر گرفتن دیگر شاخص های فرکتالی برای همه مدلها در در مقاطع مختلف از طول فلوم، ارتباط معناداری بین عدد ریچاردسون و شدت اختلاط برقرار گردید که در شکل ۹ مشاهده می نمایید همچنین در جدول ۶ روابط بدست آمده نشان داده شده است. در سری A با در نظر گرفتن ریچاردسون مبتنی بر بعد فراکتال با داده های شدت اختلاط توانست همبستگی ۰/۸۱ را برقرار نماید با اضافه کردن دیگر شاخصهای فراکتالی، داده ها با یکدیگر مطابقت بیشتری را نشان داده اند به نحوی که با در نظر گرفتن ریچاردسون مبتنی بر دامنه  $\alpha$  مطابق سری B، داده های همبستگی بهتری با

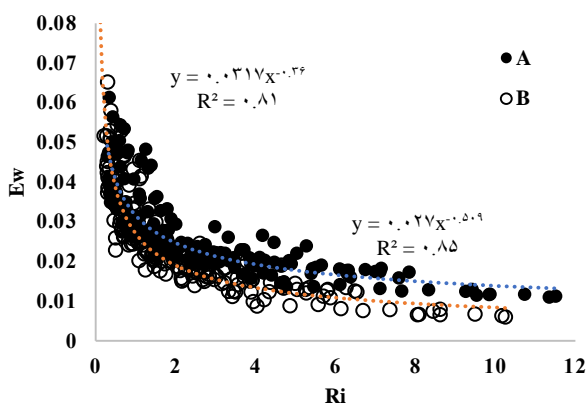


داده های آزمایشگاهی توانستند ۳۳/۳٪ بهبود یابند.

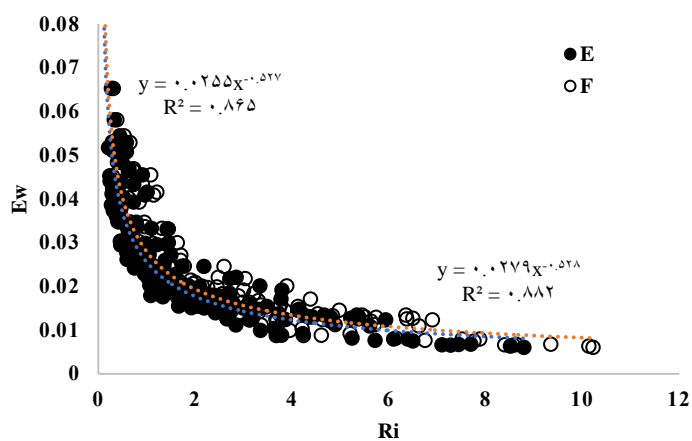
نمایند همچنین داده های فراکتالی سری D نسبت به



ب) سری C و D



الف) سری A و B



ج) سری E و F

شکل ۹: مقایسه اعداد ریچاردسون مبتنی بر شاخص های فراکتال در برابر شدت اختلاط در همه مقاطع در طول کل فلوم

جدول ۶: روابط بدست آمده بر مبنی شاخص های فراکتالی در همه مقاطع در طول کل فلوم

Series	relationships	correlation	RMSE
A	$E_w = 0.00317 \left( \frac{R_i}{D_f} \right)^{-0.36}$	$R^2=0.81$	0.0054
B	$E_w = 0.027 \left( \frac{R_i}{D_f + \alpha_{(max-min)}} \right)^{-0.509}$	$R^2=0.85$	0.0046
C	$E_w = 0.0284 \left( \frac{R_i}{D_f + D_{q(max-min)}} \right)^{-0.52}$	$R^2=0.86$	0.0041
D	$E_w = 0.0262 \left( \frac{R_i}{D_f + \frac{\alpha}{\theta}} \right)^{-0.525}$	$R^2=0.88$	0.0032
E	$E_w = 0.0255 \left( \frac{R_i}{D_f + \frac{D_{q(max-min)}}{\alpha_{(max-min)}}} \right)^{-0.527}$	$R^2=0.865$	0.0038
F	$E_w = 0.0279 \left( \frac{R_i}{D_f + \frac{D_{q(max-min)}}{\alpha_{(max-min)}} * \frac{\alpha}{\theta}} \right)^{-0.528}$	$R^2=0.882$	0.0032

### نتیجه گیری

بعد تعمیم یافته فراکتال، با افزایش شیب و چگالی روند تکاملی سیستم به سمت تک فراکتال میل می نماید. همچنین با افزایش دبی و چگالی ورودی چندان تغییر قابل ملموسی در نمودار ضریب مقیاس مشاهده نمی شود. بر اساس طیف تکینگی تکامل جریان چگال، با افزایش شیب کف فلوم دامنه و زاویه  $\alpha$  به ترتیب میزان ۵٪ کاهش و ۱٪ افزایش می یابد و روند با افزایش شیب به سمت تک فراکتالی می رود و نسبت به تغییر کوچک شیب کانال حساس می باشد همچنین با افزایش چگالی دامنه و زاویه  $\alpha$  به ترتیب به میزان ۳/۶٪ کاهش و ۳/۷٪ افزایش می یابد و روند با افزایش چگالی به سمت تک فراکتال میل می کند و نسبت به تغییر کوچک چگالی ورودی حساس می باشد اما با افزایش دبی دامنه و زاویه  $\alpha$  به ترتیب به میزان ۱۱/۵٪ افزایش و ۱/۵٪ کاهش می یابد که روند سیستم با افزایش دبی به سمت چند فراکتالی میل می کند و با تغییرات بزرگ دبی ورودی حساس می باشد. بطور کلی در طول کل فلوم با افزایش شیب و چگالی روند تکاملی سیستم به سمت تک فراکتال و با افزایش دبی به سمت چند فراکتال میل می نماید. با در نظر گرفتن ریچاردسون مبتنی بر بعد فراکتال تکامل

در این پژوهش با انجام مطالعات آزمایشگاهی در کانالهای با و بدون تنگ شدگی، به بررسی الگوهای تکاملی فراکتال و چند فراکتال جریان چگال پرداخته شده است و در تمام آزمایشات به کمک روش شمارش جعبه ای محاسبه شده و سپس شاخص های ضریب مقیاسی، بعد فراکتال تعمیم یافته و طیف تکینگی از مجموعه ویژگیهای چند فراکتال جریان چگال بدست آمده است. نتایج نشان داد در بررسی الگوهای تکاملی فراکتال جریان چگال برای ۲۸ آزمایش صورت گرفته، با افزایش دبی میزان بعد فراکتال در فلوم ۵٪ افزایش می یابد و با افزایش شیب بستر فلوم بعد فراکتال ۳/۲٪ کاهش می یابد همچنین با افزایش چگالی جریان، بعد فراکتال جریان چگال ۲/۲ درصد کاهش می یابد. با افزایش شیب کف فلوم میزان تغییرات  $D_q$  به میزان ۸/۵٪ کاهش می یابد و روند به سمت تک فراکتالی بیشتر می شود همچنین با افزایش چگالی تغییرات  $D_q$  به میزان ۱۲/۳٪ کاهش می یابد اما با افزایش دبی تغییرات چندان رخ نمی دهد بطوریکه با افزایش دبی تغییرات  $D_q$  به میزان ۰/۳٪ افزایش می یابد. بطور کلی بر اساس

## منابع

- 1) Altinakar, M. S., Graf, W. H., and Hopfinger, E. J. (1990). "Weakly Depositing Turbidity Current on Small Slopes", Journal of Hydraulic research, Vol. 28, No. 1, pp. 55-80. DOI: 10.1080/00221689009499147.
- 2) Ashida, K., Egashira, S. (1975). "Basic study on turbidity currents", Proceedings of Japan Society of Civil Engineers Tokyo, Vol.237, No.1, pp.37-50.
- 3) Bonnet E., Bour O., Odling N.E., Davy P., Main I.G., Cowie P. and Berkowitz, B. (2001). "Scaling of fracture systems in geological media", Reviews of Geophysics, Vol. 39, No. 3, pp. 347-383. DOI: 10.1029/1999RG000074.
- 4) Carpinteri, A., Lacidogna, G. and Niccolini, G. (2009). "Fractal analysis of damage detected in concrete structural elements under loading", Chaos Solitons and Fractals, Vol. 42, No. 4, pp. 2047–2056. DOI: 10.1016/j.chaos. 2009. 03.165.
- 5) Chhabra, A., Meneveau, C., Jensen, R. and Sreenivasan, K. (1989). "Direct determination of the  $f(\alpha)$  singularity spectrum and its application to fully developed turbulence", Physical Review A, Vol. 40, No. 9, pp. 5284–5294. DOI: 10.1103/PhysRevA.40.5284.
- 6) Eke, A., Hermán, P., Bassingthwaite, J. B., Raymond, G. M., Percival, D. B., Cannon, M., Balla, I. and Ikrényi, C. (2000). "Physiological time series: distinguishing fractal noises from motions", Pflügers Arch.—Eur. J. Physiol, Vol. 439, No. 1, pp. 403-415. DOI: 10.1007/s004249900135.
- 7) Elmizadeh, H., Mahpeikar, O and Saadatmand, M. (2014). "Fractal theory in geomorphology River: A Case Study Zarineh river", Quantitative geomorphology research, No. 2 (in Persian).
- 8) Fattahi M.H., Talebzadeh Z. (2017). "The relationship between watershed compactness coefficient and the fractal characteristics", Iran Water Resources Research, Vol. 13, No. 1, pp. 191-203 (in Persian).
- 9) Fattahi, M. H., Talebbeydokhti, N., Rakhshandehroo, G. R., Shamsai, A. and Nikoee, E. (2010). "The robust fractal analysis of the time series- concerning signal class and data length", Fractals, Vol. 9, No. 1, pp. 1-21. DOI: 10.1142/S0218348X11005099.
- 10) Fukushima, Y., Parker, G. and Pantin, H. M. (1985). "Prediction of ignitive turbidity currents in Scripps submarine canyon". Marine Geology, Vol. 67, No. 1, pp. 55-81, DOI: 10.1016/0025-3227(85)90148-3.
- 11) Ghomeshi, M., Varjavand, P. and Dalir, A.H. (2015). "Experimental observation of saline underflows and turbidity currents, flowing over rough beds", Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 42, No. 11, pp. 834-844, DOI: 10.1139/cjce-2014-0537.

جریان چگال در ۲۸ آزمایش، داده ها توانست ۱۲/۲٪ نسبت به حالت آزمایشگاهی بهبود یابد و همبستگی خوبی به میزان ۰/۹۲ را برقرار نماید. با در نظر گرفتن شاخصهای فراکتالی تکامل جریان چگال، با در نظر گرفتن بعد فراکتال، زاویه  $\alpha$  و زاویه چرخش  $\theta$  ضریب مقیاس برازش مناسبی بین داده ها با میزان همبستگی ۰/۸۸ و مجذور خطا مربعات ۰/۰۰۳۲ برقرار نمایند همچنین داده های فراکتالی سری D نسبت به داده های آزمایشگاهی توانستند ۳۳/۳٪ بهبود یابند.

## سپاسگزاری

بدینوسیله از آقای دکتر بنان رئیس محترم دانشکده عمران شیراز، جناب آقای نیاکام مسئول محترم آزمایشگاه آب و هیدرولیک و هیئت داوران که ما را در انجام و ارتقاء کیفی این پژوهش یاری نموده اند، تشکر و قدردانی را می نمایم.

## نمادها و واحدها

Q= discharge (lit/min);  
 $\rho_t$  = turbidity density ( $\text{kg/m}^3$ );  
 $\rho_a$  = water density ( $\text{kg/m}^3$ );  
 S= Slope (%);  
 $\theta$  = slope angle;  
 $g$  = gravitational acceleration ( $\text{m/s}^2$ );  
 $g^2$  = effective gravitational acceleration ( $\text{cm/s}^2$ );  
 $\Delta\rho$  = Density difference;  
 $h$  = height density current (cm);  
 $u$  = velocity turbidity current (cm/s);  
 $R_i$  = Richardson Number;  
 $R_e$  = Reynolds Number;  
 $c$  = concentration turbidity current (gr/lit);  
 $E_w$  = Entrainment Coefficient;  
 $E_{wM}$  = measured entrainment coefficient;  
 $E_{wP}$  = predicted entrainment coefficient;  
 $n$  = number of experiments;  
 $D_f$  = Fractal dimension;  
 $D(q)$  = Fractal generalized dimension;  
 $f(\alpha)$  = singularity spectrum;  
 $T(q)$  = Scaling Exponent;  
 $\alpha$  = singularity angle;  
 $\Delta$  = difference between the fractal dimension and  $D(q)$ ;  
 $N(\delta)$  = Number of boxes;  
 $\delta$  = Box size;  
 $q$  = Real values;  
 $\mu$  = Overall shape length;

- Plateau, China”, *Journal of Hydrology*, Vol. 266, No. 1, pp. 133–145. DOI: 10.1016/j.geomorph.2016.05.003.
- 24) Yokokawa, M. Shozakai, D. Higuchi, H. Hughes Clarke, J. E. and Izumi, N. (2015). “Experimental study on cyclic steps formed by surge-type turbidity currents”, *American Geophysical Union, Fall Meeting*
- 12) Graf, W. H. (1983). “The behavior of a silt-laden current”, *International Water Power & Dam Construction*. Vol. 35, No. 9, pp. 33-38.
- 13) Imran, J., Khan, S. M., Pirmez, C. and Parker, G. (2017). “Froude scaling limitations in modeling of turbidity currents”, *Environmental Fluid Mechanics*, Vol. 17, No. 1, pp. 159–186. DOI: 10.1007/s10652-016-9488-6.
- 14) Kamyab, S and Fattahi, M.H. (2018). “Compliance of the Watershed Geo-Morphological Indices with the Multi fractal Properties of the River Network”, *Iran-Water Resources Research*, Vol. 14, No. 5, pp. 311-326.(in Persian).
- 15) Kashefipour, S., Daryaei, M. and Ghomeshi, M. (2017). “Effect of bed roughness on velocity profile and water entrainment in a sedimentary density current”, *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 45, No. 1, pp. 9-17, DOI: 10.1139/cjce-2016-0490.
- 16) Khatibi, R., Sivakumar, B., Ghorbani, M.A., Kisi, O., Kocak, K and Farsadizadeh, D. (2012). “Investigating chaos in river stage and discharge time series”, *Journal of Hydrology*, Vol. 414, No. 1, pp. 108–117. DOI: 10.1016/j.jhydrol.2011.10.026.
- 17) Parker, G., Garcia, M. and Fukushima, Y. (1987). “Experiments on turbidity currents over an erodible bed.” *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 25, No. 1, pp. 123-147. DOI: 10.1080/00221688709499292
- 18) Rakhshandehroo, G.R and Amiri, S.M. (2012) “Evaluating fractal behavior in groundwater level fluctuation”, *Journal of Hydrology*, Vol. 464, No. 1, pp. 550–556. DOI: 10.1016/j.jhydrol.2012.07.030.
- 19) Sivakumar, B., Puente, C and Maskey, M. (2018). “Studying the Complexity of Rainfall Within California Via a Fractal Geometric Method”. *Hydrological Sciences Journal*, Vol. 45, No. 5, pp. 727-738. DOI: 10.1080/02626660009492373.
- 20) Tanna, H.J and Pathak, K.N. (2013). “Multi-fractality due to long-range correlation in the L-band ionospheric scintillation S4 index time series”, *Astrophysics and Space Science*, Vol. 350, No. 1, pp. 47-56. DOI 10.1007/s10509-013-1742-5.
- 21) Turner, J. S. (1980). *Buoyancy Effects in Fluids*, Cambridge, UK: Cambridge University Press, pp. 382-387.
- 22) Wang, Z., Xia, J., Li, T., Deng, S. and Zhang, J. (2016). “An integrated model coupling open-channel flow, turbidity current and flow exchanges between main river and tributaries in Xiaolangdi Reservoir, China”, *Journal of Hydrology*. Vol. 543, No. 2, pp. 548–56. DOI: 10.1016/j.jhydrol.2016.10.023.
- 23) Wei, X and Li, X. (2016). “Fractal features of soil particle size distribution in layered sediments behind two check dams: Implications for the Loess

