

## مقایسه توابع هدف مختلف در تخمین فراسنج‌های بهینه ماسکینگام خطی و غیر خطی

شراره محمودی نیا<sup>۱</sup>، میترا جوان<sup>۲\*</sup> و افشین اقبال زاده<sup>۲</sup>

تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۹/۲۱ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۲/۱۱/۱۱

### چکیده

پیش بینی و مهار کردن سیلاب یکی از مسائل مهم و اساسی در مدیریت سامانه‌های منابع آب به منظور بهره‌برداری بهینه از توان‌های موجود می‌باشد. در علم آب‌نهرهای باز و مهندسی رودخانه مطالعه و تحلیل این گونه مسائل با استفاده از روش‌های روندیابی سیلاب انجام می‌گیرد. یکی از بهترین و کاربردی‌ترین روش‌ها در روندیابی آبشناسی رودخانه‌ها، "شبیه ماسکینگام" است. برای تعیین و تخمین فراسنج‌های ماسکینگام  $(k, x, m)$  روشهای تجربی مختلفی بر مبنای آزمون و خطا، روش حداقل مربعات و... ارائه شده است. یکی از روش‌های تخمین ضرائب ماسکینگام الگوریتم وراثتی می‌باشد. مقایسه نتایج روش‌های تجربی با روش الگوریتم وراثتی (GA) نشان می‌دهد که روش الگوریتم وراثتی روشی مناسب و بسیار سریع برای تخمین ضرائب ماسکینگام است. نکته‌ای که باید در مسائل بهینه‌سازی مورد توجه قرار گیرد تعیین تابع هدف با توجه به طبیعت مسأله است که در تعیین عملکرد الگوریتم نقش ویژه‌ای دارد. در این پژوهش برای شبیه خطی و غیر خطی ماسکینگام با بهینه‌سازی چند تابع هدف متفاوت با استفاده از الگوریتم وراثتی و مقایسه نتایج حاصل از آنها، تاثیرات تابع هدف در پیش بینی مقادیر فراسنج‌های ماسکینگام و بدهی خروجی محاسباتی بررسی گردیده است. با توجه به آب‌نگارهای بدهی خروجی محاسبه شده در مقایسه با آب‌نگارهای بدهی خروجی مشاهداتی می‌توان اذعان داشت که به کارگیری توابع هدف متفاوت و در شبیه ماسکینگام خطی منجر به تغییر نتایج و افزایش دقت محاسبات می‌گردد در حالی که تغییرات ناشی از استفاده توابع هدف متفاوت در نتایج شبیه ماسکینگام غیر خطی چشمگیر نمی‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** الگوریتم وراثتی، بهینه‌سازی، روندیابی، سیلاب، ماسکینگام

<sup>۱</sup> - دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران، دانشگاه رازی

<sup>۲</sup> - استادیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه رازی- پژوهشکده تحقیقات پیشرفته آب و فاضلاب، دانشگاه رازی

\* - نویسنده مسئول مقاله: javanmi@gmail.com

## مقدمه

در شبیه غیر خطی ماسکینگام فراسنج  $m$  شبیه را در تخمین رابطه‌ی غیر خطی بین ذخیره‌ی تجمعی و جریان توان‌تر می‌کند. مسأله‌ی مهم در این معادلات تخمین قابل قبول سه فراسنج  $k$ ،  $x$  و  $m$  است.

در بسیاری از روشها  $m=1$  (فرم خطی) در نظر گرفته می‌شود. با در نظر گرفتن فرم خطی و قرار دادن معادله‌ی ۲ در معادله‌ی ۱ و مرتب کردن و حل نمودن آن برای  $O(t)$ ، رابطه‌ی روند یابی رودخانه به شکل زیر بدست می‌آید (وانگ چونگ و سینگ ۱۹۹۲):

$$O_{(t+\Delta t)} = c_1 \tilde{I}_{(t)} + c_2 \tilde{I}_{(t+\Delta t)} + c_3 O_{(t)} \quad (3)$$

که در آن  $\tilde{I}_{(t)}$  و  $\tilde{I}_{(t+\Delta t)}$  بدهی ورودی مشاهداتی در زمان  $t$  و  $t + \Delta t$  و  $O_{(t)}$  بدهی خروجی محاسباتی در زمان  $t$  است، ضرایب رابطه (۳) به صورت زیر محاسبه می‌شوند (وانگ چونگ و سینگ ۱۹۹۲):

$$c_1 = \frac{kx + 0.5\Delta t}{k(1-x) + 0.5\Delta t} \quad (4)$$

$$c_2 = \frac{kx - 0.5\Delta t}{k(1-x) + 0.5\Delta t} \quad (5)$$

$$c_3 = \frac{k - kx - 0.5\Delta t}{k(1-x) + 0.5\Delta t} \quad (6)$$

روشهای مختلفی برای تخمین دو فراسنج  $k$  و  $x$  ارائه شده است. در اغلب موارد از سعی و خطا برای تخمین فراسنجهای فوق استفاده شده است که بسیار پیچیده و زمان‌بر می‌باشند. گیل (۱۹۷۸)، هگن (۱۹۸۴) و وو و همکاران (۱۹۸۵) روش حداقل مربعات را برای تعیین مقادیر فراسنجهای  $k$  و  $x$  بکار برده‌اند. روش بهینه‌سازی توابع هدف (LP) توسط استیفنسون (۱۹۷۹) برای محاسبه‌ی ضرایب روندیابی ماسکینگام استفاده گردید.

تونگ (۱۹۸۵) روشی بر مبنای جستجوی مستقیم یا هوک و جیوز در ترکیب با وایازی خطی، شیب همزمان و روش دیوید-فلچر پاول را برای بهینه کردن این فراسنجهای به کار برد. جوابهای روش ترکیبی هوک و جیوز - دیوید-فلچر پاول و ترکیب با شیب همزمان بیانگر این مطلب بود که شبیه خطی محدودیتهای زیادی داشته و در هر مسأله با توجه به رفتار سامانه باید شبیهی مناسب انتخاب شود.

وقوع سیلابهای ادواری و مخرب و تراکم زمانی مکانی آنها در برخی از حوزه‌های آبخیز کشور هر ساله خسارات فراوان مالی و جانی در پی دارد لذا با در نظر گرفتن این نکته می‌توان بیان نمود که پیش‌بینی چگونگی طغیان و فروکش سیل یا صعود و نزول آب‌نگار در محل معینی از آبراهه از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. مطالعه و تحلیل این گونه مسائل با استفاده از روشهای روندیابی سیلاب انجام می‌شود. روشهای روندیابی سیلاب را می‌توان به دو دسته روندیابی آبی و روندیابی آبشناسی تقسیم نمود. اگر جریان آب فقط به صورت تابعی از زمان در محلی مشخص باشد روندیابی آبشناسی یا متمرکز نامیده می‌شود. در این روش معادله پیوستگی جریان، آب‌نگار طبیعی و واحد، بده و سطح تراز سیلاب پیشینه می‌باشد. اگر روندیابی جریان به صورت تابعی از زمان و مکان در طول سامانه باشد این روش را روندیابی آبی یا توزیعی می‌نامند. در این روش از معادله پیوستگی جریان و معادله حرکت استفاده شده و اساس آن بر تئوری جریان‌های غیر دائمی استوار است (باری و باجراچاریا ۱۹۹۷). اگرچه دقت روشهای آبشناسی در حد روشهای آبی نیست اما دارای محاسبات بسیار ساده و سریع بوده و در مهندسی آب کاربرد وسیع با اطمینان قابل قبولی دارند (چونگ ۱۹۶۹).

یکی از بهترین و کاربردی‌ترین روشها در روندیابی آبشناسی رودخانه‌ها، "شبیه ماسکینگام" است (شاو ۱۹۹۴). این روش در سال ۱۹۳۸ توسط مک کارتی ارائه گردید و اولین بار توسط گروه مهندسان ارتش آمریکا برای مطالعه مهار کردن سیلاب رودخانه اوهایو به کار گرفته شد (مک کارتی ۱۹۳۸).

در شبیه ماسکینگام از دو معادله‌ی پیوستگی و ذخیره‌ی غیر خطی به طور مشترک استفاده می‌شود (گیل و همکاران ۱۹۷۸):

$$\frac{dS_{(t)}}{dt} = I_{(t)} - O_{(t)} \quad (1)$$

$$S_{(t)} = k(xI_{(t)} + (1-x)O_{(t)})^m \quad (2)$$

در معادله‌ی فوق،  $k$  ضریب تناسب به عنوان زمان حرکت موج در طول رودخانه،  $x$  ضریب وزنی،  $I_{(t)}$  بدهی ورودی،  $O_{(t)}$  بدهی خروجی،  $S_{(t)}$  میزان ذخیره می‌باشد.

مبنای فرایند موزیک است به نتایج دقیق تری نسبت به الگوریتم وراثتی دست یافت. نتایج تحقیقات آنها در تخمین بدهی بیشینه و گام زمانی بسیار بهتر از نتایج الگوریتم وراثتی بوده است.

چانگ و یانگ (۲۰۰۱) از شبکه‌ی عصبی مصنوعی و چوو (۲۰۰۹) از شبکه‌ی عصبی فازی برای محاسبه‌ی بدهی خروجی استفاده نمودند. در شبکه‌ی عصبی فازی و شبکه‌ی عصبی مصنوعی بدهی خروجی محاسبه شده و فراسنجهای ماسکینگام در لایه‌های پنهان شبکه تخمین زده می‌شوند.

قلعه نی و همکاران (۱۳۸۹) با به کارگیری الگوریتم نورد شبیه‌سازی شده در تخمین فراسنجهای شبیه روندیابی ماسکینگام غیر خطی و مقایسه نتایج حاصل از این روش با نتایج بدست آمده از الگوریتم وراثتی بیان داشتند که الگوریتم نورد شبیه‌سازی شده نتایج قابل قبولتری را نسبت به الگوریتم وراثتی ارائه می‌کند.

ظهیری و همکاران (۱۳۹۱) با به کارگیری روش الگوریتم وراثتی و نرم‌افزار HEC-RAS در روندیابی سیلاب در کانالها با مقاطع مرکب به این نتیجه دست یافتند که تخمین فراسنجهای ماسکینگام خطی با استفاده از الگوریتم وراثتی و شبیه‌سازی بدهی خروجی حاصل از این فراسنجهای نتایج دقیقتری را نسبت به شبیه‌سازی با شبیه ریاضی HEC-RAS ارائه می‌دهد. آنها به منظور تخمین ضرائب ماسکینگام به روش الگوریتم وراثتی از تابع هدف مجموع مربعات خطا استفاده نمودند.

با توجه به مطالعاتی که تاکنون انجام گرفته می‌توان ادعان داشت الگوریتم وراثتی، شبکه‌ی عصبی مصنوعی و شبکه‌ی عصبی فازی، به علت عدم استفاده از تقریب‌های درونی مرتبط با روشهای تقریبی مرسوم، روشی بسیار اصولی‌تر نسبت به آنها، در تخمین فراسنجهای روندیابی ماسکینگام است.

در مسائل بهینه‌سازی انتخاب تابع هدف موثر است. در هر مسأله با توجه به رفتار و طبیعت سامانه و همچنین متغیرهای تصمیم باید تابع هدفی مناسب انتخاب شود تا تصمیم‌گیرنده با توجه به هدف طرح بیشترین مطلوبیت آنرا حاصل کند. انتخاب تابع هدف گامی مهم در مسائل بهینه‌سازی است که نگاهی اجمالی به تحقیقات انجام

یون و پادمانابهام (۱۹۹۳) شش روش را برای تخمین این فراسنجهای بررسی نمودند که از آنها سه روش برای ماسکینگام خطی و سه روش دیگر برای رابطه روندیابی غیر خطی ماسکینگام می‌باشد. از آنجاییکه در بیشتر رودخانه‌های طبیعی رابطه‌ی میان بدهی خروجی و ذخیره‌ی غیر خطی است، روش خطی نامناسب می‌باشد. روش پیشنهادی یون و پادمانابهام (۱۹۹۳) برای روندیابی سیلاب غیر خطی ماسکینگام، روشی تکراری می‌باشد که در آن از وایازی حداقل مربعات غیر خطی استفاده شده است. باری و باجراچاریا (۱۹۹۷) نشان دادند با این که در روش ماسکینگام بدون در نظر گرفتن شرایط مرزی عاملهای وزنی محاسبه می‌شوند اما این روشها در مقایسه با روشهای آبی دقت قابل قبولی دارند.

اولاد غفاری و همکاران (۱۳۸۹) دو روش روندیابی آبی به روش موج پویایی و شبیه ماسکینگام خطی و غیر خطی را با یکدیگر مقایسه نمودند. این محققین در تخمین فراسنجهای ماسکینگام از روش حداقل مربعات و سعی و خطا استفاده نمودند. نتایج تحقیقات آنها بیانگر این موضوع است که روندیابی آبی سیلاب نسبت به روندیابی آبناسی دقیق‌تر بوده اما نیاز به مشخصات آبی مسیر می‌باشد و همچنین شبیه خطی ماسکینگام در شبیه‌سازی سیلاب نسبت به شبیه‌های دیگر ضعیف عمل می‌کند.

در چند دهه‌ی اخیر، فراسنجهای روش روندیابی سیلاب ماسکینگام با الگوریتم وراثتی و شبکه‌ی عصبی و شبکه‌ی عصبی فازی دیگر الگوریتم‌های فراکاوشی تخمین زده شده‌است. موهان (۱۹۹۷)، استفاده از الگوریتم وراثتی را برای تخمین فراسنجهای ماسکینگام پیشنهاد نمود و تابع هدف را مجموع مربعات تفاضل بده محاسباتی و بدهی مشاهداتی در نظر گرفت. در نتایج تحقیق او این نکته بیان شده که کلیه روشهای آزمون و خطا جواب بهینه مطلق را ضمانت نمی‌کنند و در دام جواب‌های بهینه موضعی قرار می‌گیرند و می‌توان با به کارگیری الگوریتم وراثتی بدون نیاز به حدس اولیه به جواب قابل قبولی دست یافت.

کیم و همکاران (۲۰۰۱) با استفاده از روش جسجوی هماهنگ که یک روش فراابتکاری تکاملی بر

$$P_k = \frac{f_k}{\sum f_f} \quad (7)$$

جابه‌جایی مهمترین عملگر وراثتی است که برای ترکیب دو کروموزوم از والدین و ایجاد فرزندان جدید انجام می‌شود. روشهای جابه‌جایی پرش یک نقطه ای و جابه‌جایی یکنواخت، از انواع متداول جابه‌جایی است. در این عملگر آهنگ جابه‌جایی به صورت نسبتی از تعداد فرزندان تولید شده از هر نسل به مقدار نسل حاضر تعریف می‌شود.

جهش وراثتی نیز عملگر دیگری است که می‌تواند تغییرهایی در یک یا چند ژن از یک کروموزوم به وجود آورد. در الگوریتم‌های وراثتی جهش وراثتی نقش حساسی را به یکی از دو شکل جابه‌جایی ژنهای گمشده نسل در طول فرآیند انتخاب به شکل یک کروموزوم جدید و یا داخل کردن ژنهایی که در نسل حاضر موجود نیستند به نسل جدید، ایفا می‌نماید. آهنگ جهش به صورت درصدی از مجموعه ژنهای هر نسل بیان می‌شود. در این تحقیق برای اجرای الگوریتم وراثتی از جعبه ابزار نرم افزار متلب استفاده شده است.

### تابع هدف انتخابی

تابع هدف شاخصی از نحوه‌ی عملکرد افراد در فضای مسأله به ما می‌دهد. در هر مسأله با توجه به متغیرهای تصمیم رابطه‌ی ریاضی برای تابع هدف در نظر گرفته می‌شود که تصمیم‌گیرنده با توجه به هدف مسأله سعی در کمینه یا بیشینه نمودن آن دارد. مقدس‌نژاد و منتظری‌پور (۱۳۸۶) در نتایج تحقیقات خود روی کاربرد الگوریتم وراثتی در ارائه‌ی برنامه‌ای برای روسازی این نکته را متذکر شده‌اند که تغییر تابع هدف می‌تواند بر استراتژی تصمیم‌گیری موثر باشد با این رویکرد می‌توان بیان نمود که انتخاب تابع هدف مناسب می‌تواند در تخمین مقادیر فراسنجهای ماسکینگام موثر است.

در این قسمت از روش روندیابی آشناسی بهره گرفته و توابع هدف متفاوتی جهت تخمین فراسنجهای ماسکینگام در نظر گرفته می‌شوند. هدف آن است که فراسنجهای ماسکینگام با استفاده از الگوریتم وراثتی و آبنگارهای ورودی و خروجی مشاهداتی چنان محاسبه گردند که تابع هدف تعریف شده، کمینه شود. همانگونه که گفته شد، در روندیابی آشناسی از معادله‌ی اندازه

گرفته در زمینه‌ی روندیابی سیلاب و تخمین فراسنجهای ماسکینگام عدم توجه کافی به این مسأله را نشان می‌دهد. در این تحقیق به منظور بررسی نقش تابع هدف در روندیابی سیلاب رودخانه‌ها، برای شبیه خطی و غیر خطی ماسکینگام با بهینه سازی چند تابع هدف مختلف با استفاده از الگوریتم وراثتی و مقایسه‌ی نتایج حاصل از آنها، تاثیرات تابع هدف در پیش‌بینی مقادیر فراسنجهای ماسکینگام شبیه خطی و غیر خطی و بدهی خروجی محاسباتی بررسی گردیده است.

### مواد و روشها

#### الگوریتم وراثتی (GA)

الگوریتم‌های وراثتی فن‌های جستجوی تصادفی هستند که بر پایه‌ی ساز و کار وراثتی و انتخاب طبیعی بنا شده‌اند. شکل معمول الگوریتم وراثتی نخستین بار توسط گلدبرگ (۱۹۸۷) ارائه شد. الگوریتم‌های وراثتی از مجموعه‌ای از راه‌حل‌های تصادفی اولیه به نام "جمعیت" آغاز می‌شوند. هر جزء از جمعیت، "کروموزوم" نامیده می‌شود که بیانگر یک پاسخ مسأله است. کروموزومها در تکرارهای موفق که "نسل" نامیده می‌شوند، متحول می‌گردند. در هر نسل کروموزومها با محاسبه تابع برازش ارزیابی می‌شوند. برای ایجاد نسل بعد کروموزومهای جدید که "فرزندان" نامیده می‌شوند به وسیله یکی از دو عملگر جابه‌جایی و جهش وراثتی ایجاد می‌شوند. نسل جدید نیز از روی انتخاب بر اساس مقدار تابع برازش والدین و فرزندان و یا حذف دیگران برای ثابت نگهداشتن جمعیت شکل می‌گیرد. بعد از چندین نسل الگوریتم به سمت کروموزومی هدایت می‌شود که در بهترین حالت ارائه دهنده پاسخی نسبتاً بهینه از مسأله است.

بطور معمول انتخاب اولیه به صورت تصادفی انجام می‌شود. در نمونه گیری تصادفی تعداد واقعی کروموزومهای مورد تکثیر بر اساس احتمال زنده ماندن آن کروموزوم تعیین می‌شود.

شناخته شده‌ترین این دسته روشها "انتخاب نسبی هلند" یا "انتخاب بر پایه چرخ رولت" است که احتمال زنده ماندن برای هر کروموزوم بر اساس مقدار تابع برازش آن تعیین می‌شود. برای کروموزوم  $k$  با تابع برازش  $f_k$  احتمال انتخاب  $P_k$  به شکل زیر محاسبه می‌شود:

## نتایج و بحث

به منظور بررسی اثر توابع هدف انتخابی ۸، ۹ و ۱۲ بر مقادیر فراسنجهای ماسکینگام خطی و غیرخطی، از داده های مربوط به بازه های ۶ ساعته رودخانه نارمادا در هند استفاده شده است.

در ابتدا با فرض  $m=1$ ، با بهینه‌سازی توابع هدف انتخابی ۸، ۹ و ۱۲ دو فراسنج  $k$  و  $x$  برآورد شده و با استفاده از آنها بدهی خروجی با استفاده از رابطه‌ی ۳ محاسبه شده است. در این راستا ابتدا برای هر کدام از توابع هدف، اثر فراسنجهای مختلف الگوریتم وراثتی (جمعیت، تابع مقیاس، تابع انتخاب والد، عملگر وراثت، عملگر جهش ژن‌ها، تابع اختلاط، عدد نخبه) بر همگرایی تابع بررسی گردیده و به عبارتی شبیه‌ی واسنجی شده است. واسنجی کردن شبیه‌ی یکی از گام‌های اساسی برای رسیدن به حل بهینه و یا نزدیک به بهینه در الگوریتم وراثتی است (آبایی و همکاران ۱۳۹۰).

بهترین گزینه با توجه به بهینه شدن مقدار تابع هدف در جدول ۱ ارائه شده است. لازم به ذکر است که در گزینه‌های ارائه شده جهت رسیدن به مقدار بهینه تابع هدف بایستی اندازه‌ی جمعیت ۱۷ کروموزوم و تابع تولید را تصادفی در نظر گرفت. تعداد افراد جمعیت، تعداد حلهایی را که در هر نسل باید پردازش شوند را مشخص می‌کند و فراسنج بسیار مهمی در فرآیند حل توسط الگوریتم وراثتی است که باید برای هر مسأله با توجه به ماهیت موضوع تعیین شود. هر چه تعداد افراد بیشتر باشد فضای جستجوی بیشتری پیش روی الگوریتم است اما محدودیتهایی مانند ظرفیت حافظه‌ی رایانه و سرعت پردازش اطلاعات اجازه انتخاب جمعیت خیلی بزرگ را نمی‌دهد (مقدس‌نژاد و منتظری پور ۱۳۸۶).

مقادیر تخمینی فراسنجهای  $k$  و  $x$  و بدهی خروجی محاسباتی پس از بهینه شدن این توابع در جدول ۲ ارائه شده‌اند. همانگونه که در جدول ۲ مشاهده می‌گردد، تمام توابع در پیش بینی بدهی خروجی بیشینه با استفاده از فراسنجهای  $k$  و  $x$  بدست آمده، عملکرد خوبی داشته‌اند. بطوریکه میانگین درصد خطای نسبی ۰/۱۵/۶۷، ۰/۹/۹۷ و ۰/۱۱/۳۱ به ترتیب مربوط به توابع هدف  $f_1$ ،  $f_2$  و  $f_3$

حرکت به کلی صرف نظر شده و فقط معادله‌ی پیوستگی مورد استفاده قرار می‌گیرد. با جای‌گذاری معادله‌ی ۲ در معادله‌ی ۱ می‌توان یکی از توابع هدف انتخابی را به صورت زیر نوشت:

$$(8)$$

$$f_1 = \sum_{i=1}^n \left| \left( \frac{\tilde{I}_{t_i+\Delta t} + \tilde{I}_{t_i}}{2} - \left( \tilde{O}_{t_i+\Delta t} + \tilde{O}_{t_i} \right) / 2 \right) \right. \\ \left. \Delta t - k \left( x \tilde{I}_{(t_i+\Delta t)} + (1-x) \tilde{O}_{(t_i+\Delta t)} \right)^m \right. \\ \left. + k \left( x \tilde{I}_{(t_i)} + (1-x) \tilde{O}_{(t_i)} \right)^m \right|^2$$

که در آن  $\tilde{O}_{(t_i)}$  و  $\tilde{O}_{(t_i+\Delta t)}$  به ترتیب بدهی خروجی مشاهداتی در زمان  $t_i$  و  $t_i + \Delta t$  و  $\tilde{I}_{(t_i)}$  و  $\tilde{I}_{(t_i+\Delta t)}$  بدهی ورودی مشاهداتی در همان زمان‌ها می‌باشند. اما می‌توان بدهی خروجی را با استفاده از معادله‌ی ۳ محاسبه نمود و تابع هدف دیگر را به صورت زیر تعریف نمود:

$$f_2 = \sum_{i=1}^n \left| O_{(t_i)} - \tilde{O}_{(t_i)} \right|^2 \quad (9)$$

که در آن،  $O_{(t_i)}$  بدهی خروجی محاسبه شده و  $\tilde{O}_{(t_i)}$  بدهی خروجی مشاهده شده است.  $O_{(t_i)}$  در حالت خطی ( $m=1$ ) از رابطه ۳ و در حالت غیر خطی  $O_{(t_i)}$  از حل معادله‌ی زیر بدست می‌آید:

$$O_{(t_i)} = \frac{1}{1-x} \left( \frac{\tilde{S}_{(t_i)}}{k} \right)^{\frac{1}{m}} - \frac{x}{1-x} \tilde{I}_{(t_i)} \quad (10)$$

که در آن  $O_{(t_i)}$  بدهی خروجی محاسباتی،  $\tilde{I}_{(t_i)}$  بدهی ورودی مشاهداتی و  $\tilde{S}_{(t_i)}$  ذخیره‌ی مشاهداتی در در زمان  $t_i$  می‌باشند. ذخیره‌ی مشاهداتی از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌گردد:

$$\tilde{S}_{(t_i)} = \left( \frac{\tilde{I}_{t_i-\Delta t} + \tilde{I}_{t_i}}{2} - \frac{\tilde{O}_{t_i-\Delta t} + \tilde{O}_{t_i}}{2} \right) \Delta t + \tilde{S}_{(t_i-\Delta t)} \quad (11)$$

همچنین تابع هدف می‌تواند بر اساس اختلاف بین ذخیره‌ی مشاهداتی و ذخیره‌ی محاسباتی انتخاب شود:

$$f_3 = \sum_{i=1}^n \left| k \left( x \tilde{I}_{(t_i)} + (1-x) \tilde{O}_{(t_i)} \right)^m - \tilde{S}_{(t_i)} \right|^2 \quad (12)$$

که در آن،  $\tilde{S}_{(t_i)}$ ،  $\tilde{I}_{(t_i)}$  و  $\tilde{O}_{(t_i)}$  به ترتیب ذخیره، بدهی ورودی و بدهی خروجی مشاهداتی در زمان  $t_i$  هستند.

جهت بررسی مناسبتر نتایج، در شکل ۱ آب‌نگار خروجی محاسباتی حاصل از بهینه سازی توابع هدف ۸، ۹ و ۱۲ در مقایسه با آب‌نگار خروجی مشاهداتی نشان داده شده است. چنانچه در شکل ۱ مشاهده می‌گردد، با استفاده از توابع  $f_1$  بدهی خروجی در قسمت ابتدایی و انتهای آب‌نگار مناسب تر از توابع دیگر محاسبه می‌شود. همچنین در این شکل مشاهده می‌گردد که همواره اختلاف زمانی میان آب‌نگار مشاهداتی و آب‌نگار محاسباتی وجود دارد اما این اختلاف زمانی در تابع  $f_1$  بیشتر از توابع دیگر است.

است. درصد خطای نسبی در هر گام زمانی از رابطه‌ی ۱۳ محاسبه شده است:

$$Error = \left| O_{(t_i)} - \tilde{O}_{(t_i)} \right| / O_{(t_i)} \quad (13)$$

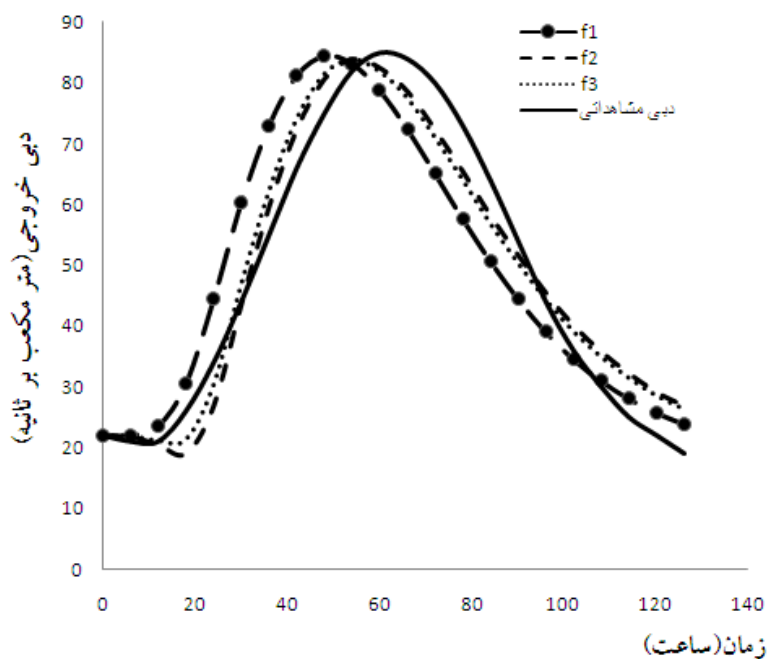
که در آن،  $O_{(t_i)}$  بدهی خروجی محاسبه شده و  $\tilde{O}_{(t_i)}$  بدهی خروجی مشاهده شده است. میانگین درصد خطای نسبی بیانگر این مطلب است در این حالت و با فراسنجهای موجود تابع هدف  $f_2$  نتایج قابل قبول تری را نسبت به سایر توابع ارائه کرده است. لازم به ذکر است که مقدار بدهی بیشینه، بدست آمده از بهینه سازی تابع هدف  $f_1$  ۰/۰۵٪ بیشتر از توابع دیگر می باشد.

جدول ۱- بهترین گزینه‌ی فراسنجهای مختلف الگوریتم وراثتی در بهینه سازی ماسکینگام خطی

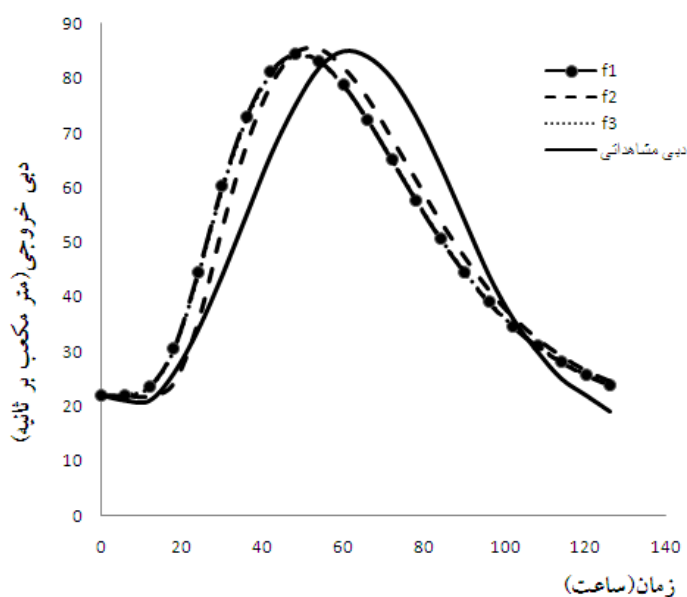
شماره	تابع هدف	تابع مقیاس	تابع انتخاب	عدد نخیه	نسبت وراثت	تابع جهش	تابع وراثت	تابع اختلاط
۱	$f_1$	proportional	Stochastic uniform	۱۶	۰/۸	Gaussian	herustic	-
۲	$f_2$	Rank	Tournament	۲	۰/۸	Gaussian	arithmetic	patternsearch
۳	$f_3$	Rank	Tournament	۱۵	۰/۲۳	Gaussian	arithmetic	-

جدول ۲- مقادیر تخمینی فراسنج های  $k$  و  $x$  و بدهی خروجی محاسباتی در ماسکینگام خطی.

$t(h)$	$I(m^3/s)$	$\tilde{O}(m^3/s)$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	%Error1	%Error2	%Error3
۰	۲۲	۲۲	۲۲	۲۲	۲۲	۰	۰	۰
۶	۲۳	۲۱	۲۲/۱۱۲	۲۱/۸۶۶	۲۱/۹۱۴۷	۵/۳	۴/۱	۴/۴
۱۲	۳۵	۲۱	۲۳/۶۸۲۱	۲۰/۵۲۲	۲۱/۱۴۸۲	۱۳	۲/۳	۰/۷
۱۸	۷۱	۲۶	۳۰/۵۹۵	۱۹/۰۷۴۲	۲۱/۳۵۴	۱۸	۲/۷	۱/۸
۲۴	۱۰۳	۳۴	۴۴/۴۶۳	۲۶/۸۹۹۴	۳۰/۳۶۴۶	۳۱	۲/۱	۱/۱
۳۰	۱۱۱	۴۴	۶۰/۲۵۷۷	۴۳/۵۷۱۷	۴۶/۸۵۷۶	۳۷	۱	۶/۵
۳۶	۱۰۹	۵۵	۷۲/۹۴۸۴	۵۹/۵۷۸۸	۶۲/۱۹۵	۳۳	۸/۳	۱/۳
۴۲	۱۰۰	۶۶	۸۱/۱۱۶	۷۲/۵۵۳۱	۷۴/۰۲۹۸	۲۳	۹/۹	۱/۲
۴۸	۸۶	۷۵	۸۴/۳۵۴۲	۸۰/۶۵۱	۸۱/۳۶۴۳	۱۲	۷/۵	۸/۵
۵۴	۷۱	۸۲	۷۸/۶۷۱	۸۳/۹۰۹۶	۸۳/۷۳۹۴	۴/۱	۲/۳	۲/۱
۶۰	۵۹	۸۵	۷۸/۶۷۱	۸۲/۵۰۶۳	۸۱/۷۵۰۳	۷/۴	۲/۹	۳/۸
۶۶	۴۷	۸۴	۷۲/۳۲۰۳	۷۸/۶۳۰۶	۷۷/۳۹۴	۱۴	۶/۴	۷/۹
۷۲	۳۹	۸۰	۶۴/۹۷۹۸	۷۲/۳۲۳۴	۷۰/۸۸۹۳	۱۹	۹/۶	۱/۱
۷۸	۳۲	۷۳	۵۷/۵۸۳۵	۶۵/۴۸۷۲	۶۳/۹۴۵۷	۲۱	۱۰	۱/۲
۸۴	۲۸	۶۴	۵۰/۶۲۴	۵۱/۶۹۸۵	۵۶/۷۳۳	۲۱	۱۹	۱/۱
۹۰	۲۴	۵۴	۴۴/۴۱۷۸	۴۵/۵۰۴۴	۵۰/۲۸	۱۸	۱۶	۶/۹
۹۶	۲۲	۴۴	۳۸/۹۹۷۱	۴۰/۱۵۴۷	۴۴/۲۳۶۴	۱۱	۸/۷	۰/۵
۱۰۲	۲۱	۳۶	۳۴/۵۵۵۹۱	۳۵/۸۱۹۹	۳۹/۰۶۳۷	۴	۰/۵	۸/۵
۱۰۸	۲۰	۳۰	۳۰/۹۹۶۱	۳۲/۲۶۳۱	۳۴/۸۷۷۷	۳/۳	۷/۵	۱/۶
۱۱۴	۱۹	۲۵	۲۸/۰۸۵۴	۲۹/۱۶۸۷	۳۱/۴۴۵	۱۲	۱۷	۲/۶
۱۲۰	۱۹	۲۲	۲۵/۷۷۳	۲۱/۸۶۶	۲۸/۵۰۲۳	۱۷	۰/۶	۳/۰
۱۲۶	۱۸	۱۹	۲۳/۹۳۷۲	۲۶/۹۳۰۳	۲۶/۳۴۰۷	۲۶	۴۲	۳/۹
		$k(h)$	۲۰/۹۲۸	۲۹/۱۶	۳۵/۵۲			
		$x$	۰/۱۷	۰/۲۲۱	۰/۱۸۸			



شکل ۱- آب‌نگار خروجی محاسباتی در مقایسه با آب‌نگار خروجی مشاهداتی در ماسکینگام خطی.



شکل ۲- آب‌نگار خروجی محاسباتی در مقایسه با آب‌نگار خروجی مشاهداتی در ماسکینگام خطی با در نظر گرفتن فراسنجهای الگوریتم وراثتی یکسان.

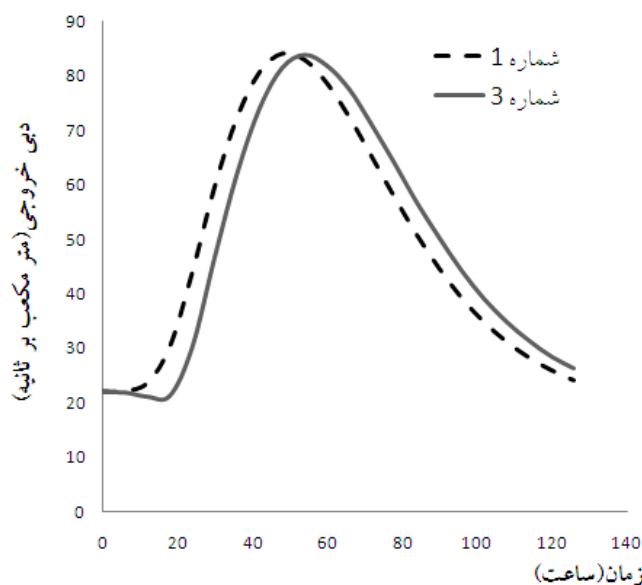
فراسنجهای الگوریتم وراثتی یکسان، بدهی خروجی محاسبه شده با مقادیر تخمینی فراسنجهای  $k$  و  $x$  حاصل از بهینه شدن تابع هدف  $f_2$  به مقادیر حاصل از تابع هدف  $f_1$  نزدیکتر شده است ولی با توجه به ابتدای

در شکل ۲ آب‌نگار خروجی محاسباتی با بهینه سازی توابع  $f_2$  و  $f_3$  با در نظر گرفتن فراسنجهای الگوریتم وراثتی که در بهینه سازی تابع هدف  $f_1$  ارائه شده در جدول (۱) به کار رفته، نشان داده شده است. همانگونه که در شکل ۲ مشاهده می‌گردد با در نظر گرفتن

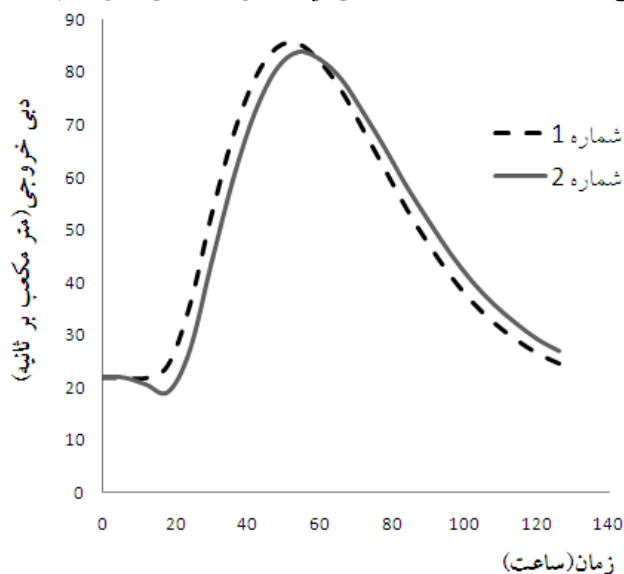
است و رفتار دو تابع هدف  $f_2$  و  $f_3$  در تخمین فراسنجهای ماسکینگام تقریباً مشابه می‌باشد. شکل‌های ۳ و ۴ بیانگر این مطلب می‌باشند که فراسنجهای الگوریتم وراثتی به طور مستقیم در جواب‌های خروجی موثر می‌باشد. تاثیر فراسنجهای الگوریتم وراثتی بر روی جوابهای خروجی را می‌توان در نتایج تحقیق آبایی و همکاران بر روی تعدیل غلظت آلاینده‌ها در آبهای زیر زمینی (۱۳۹۰) نیز مشاهده نمود.

آب‌نگار همچنان تابع هدف  $f_2$  نسبت به  $f_1$  بهتر عمل می‌کند.

در شکل ۳ و شکل ۴ بدهی خروجی محاسبه شده با بهینه‌سازی توابع هدف  $f_2$  و  $f_3$  در دو حالت مختلف فراسنجهای الگوریتم وراثتی با یکدیگر مقایسه شده است. همانگونه که در شکل‌های ۳ و ۴ مشاهده می‌گردد، بدهی خروجی محاسبه شده با بهینه‌سازی  $f_2$  و  $f_3$  در مقدار بدهی بیشینه و قسمت ابتدایی تغییراتی داشته است و همچنین تاخیر زمانی در آب‌نگار خروجی نیز افزایش یافته



شکل ۳- بدهی خروجی محاسبه شده با بهینه‌سازی  $f_3$  با فراسنجهای الگوریتم وراثتی شماره (۱) و (۳).



شکل ۴- بدهی خروجی محاسبه شده با بهینه‌سازی  $f_2$  با فراسنجهای الگوریتم وراثتی شماره (۱) و (۲).



قسمت ابتدایی آبنگار مناسب اما در قسمت انتهایی آن افزایش قابل توجهی دارد (تقریباً ۶۳٪ بیشتر از بده مشاهده‌ای است) (شکل ۵).

با بهینه‌سازی توابع هدف ۸، ۹ و ۱۲ فراسنجهای ماسکینگام غیرخطی چنان برآورد می‌شوند که تفاوت میان بده‌ی مشاهده شده و بده‌ی محاسبه شده در توابع هدف ۸ و ۱۲ بسیار اندک و در تابع هدف ۹ تنها تفاوتی در قسمت انتهایی آبنگار مشاهده می‌شود (شکل ۶ و جدول ۴). با توجه به جدول ۴ و درصد خطای نسبی تابع  $f_1$  نتایج بهتری را نسبت به سایر توابع ارائه کرده است (جدول ۴).

با مقایسه‌ی مقادیر بده‌ی محاسبه شده در جدول ۲ و جدول ۴ مشخص می‌شود که بده‌ی خروجی بیشینه محاسبه شده در ماسکینگام غیرخطی با بهینه‌سازی تابع  $f_1$  در مقایسه با بده‌ی خروجی مشاهده‌ای بیشتر از ماسکینگام خطی همان تابع شده است و همچنین در این تابع اختلاف میان بده‌ی بیشینه‌ی محاسبه شده ماسکینگام غیر خطی کمتر است. اختلاف زمانی میان آبنگار خروجی محاسبه شده و آبنگار خروجی مشاهده‌ای در ماسکینگام غیر خطی بسیار کمتر از ماسکینگام خطی است (شکل ۱ و شکل ۶). محققینی همچون یون و پادمانابهام (۱۹۹۳) و ظهیری و همکاران (۱۳۹۱) نیز در نتایج تحقیقات خود به ضعف شبیه ماسکینگام خطی نسبت به شبیه غیر خطی اشاره نموده‌اند.

در راستای بررسی اثر فراسنجهای الگوریتم وراثتی، تابع وراثت نیز در تابع هدف ۱۲ یکسان با توابع دیگر در نظر گرفته شده است. همانگونه که در شکل ۷ مشاهده می‌گردد، تغییر چندانی در آبنگار محاسباتی خروجی به وجود نیامده است. لازم به ذکر است که حالت بهینه مقدار توابع هدف در ماسکینگام غیر خطی طی ۵۰ نسل و در ماسکینگام خطی طی ۱۰۰ نسل محاسبه می‌گردد.

از آنجاییکه در بیشتر رودخانه‌های طبیعی رابطه‌ی میان بده‌ی خروجی و ذخیره‌ی غیر خطی است، روش غیر خطی مناسبتر می‌باشد، بدین منظور در ادامه با  $m \neq 1$ ، با بهینه‌سازی توابع هدف انتخابی ۸، ۹ و ۱۲ فراسنجهای  $m$ ،  $k$  و  $x$  برآورد شده و با استفاده از آنها بده‌ی خروجی محاسبه شده است. ابتدا برای هر کدام از توابع هدف، اثر فراسنجهای مختلف الگوریتم وراثتی (جمعیت، تابع مقیاس، تابع انتخاب والد، عملگر وراثت، عملگر جهش ژنها، تابع اختلاط، عدد نخبه) بر همگرایی تابع هدف بررسی گردیده است. بهترین گزینه با توجه به بهینه شدن مقدار تابع هدف در جدول ۳ ارائه شده است. لازم به ذکر است که در گزینه‌های ارائه شده در روش غیر خطی نیز جهت رسیدن به مقدار بهینه تابع هدف بایستی اندازه جمعیت ۱۷ کروموزوم و تابع تولید را تصادفی در نظر گرفت. همانگونه که در جدول ۳ ملاحظه می‌گردد بهترین گزینه الگوریتم وراثتی در حالت غیر خطی در توابع هدف انتخابی ۸ و ۹ مشابه و در تابع هدف ۱۲ تنها در تابع وراثت با دیگر توابع متفاوت می‌باشد.

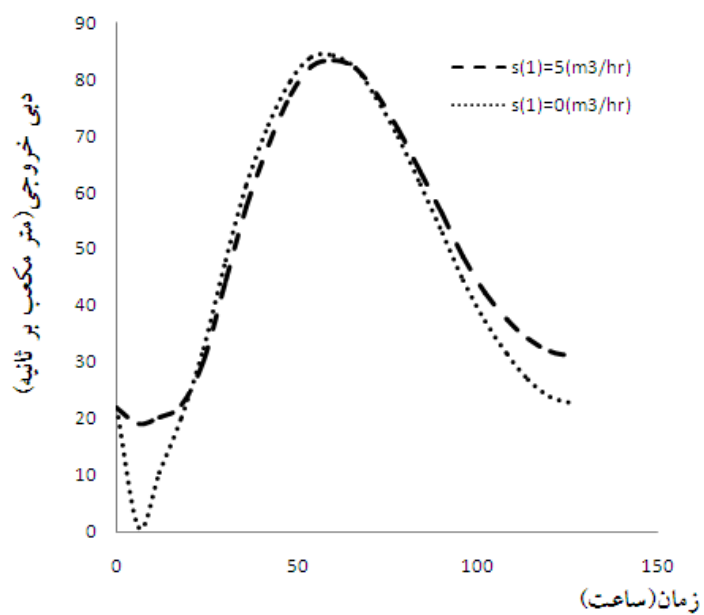
لازم به توضیح است که در این حالت در توابع هدف  $f_1$  و  $f_3$  در ماسکینگام غیرخطی ابتدا با بهینه‌سازی توابع فوق فراسنجهای  $m$ ،  $k$  و  $x$  برآورد شده و سپس با جایگذاری این مقادیر در معادله‌ی ۱ با در نظر گرفتن ذخیره از رابطه‌ی ۲ و حل معادله‌ی غیرخطی حاصل مقدار بده‌ی خروجی محاسبه شده است. اما چنانچه از تابع هدف  $f_2$  در ماسکینگام غیرخطی استفاده شود پس از تخمین فراسنجهای  $m$ ،  $k$  و  $x$ ، از معادله‌ی ۱۰ برای محاسبه‌ی  $O(t_i)$  استفاده شده است. لازم به ذکر است که در تابع هدف  $f_2$  چنانچه مقدار ذخیره‌ی اولیه مشاهده‌ای برابر صفر در نظر گرفته شود، مقادیر فراسنجهای  $m$ ،  $k$  و  $x$  چنان تخمین زده می‌شود که بده‌ی خروجی محاسباتی در قسمت ابتدایی آبنگار نامناسب برآورد می‌شود اما چنانچه مقدار این ذخیره‌ی اولیه‌ی مشاهده‌ای ۵ مترمکعب بر ساعت باشد، بده‌ی خروجی محاسباتی در

جدول ۳- بهترین گزینه فراسنجهای مختلف الگوریتم وراثتی در بهینه سازی ماسکینگام غیر خطی.

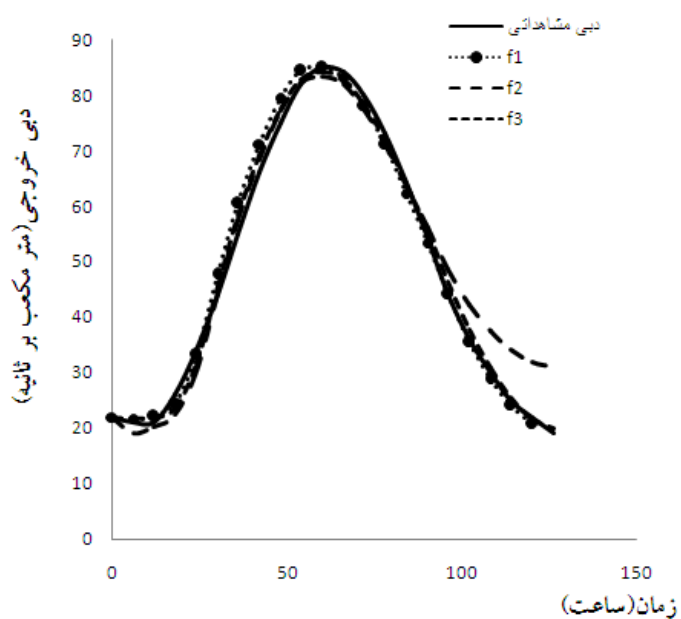
شماره	تابع هدف	تابع مقیاس	تابع انتخاب	عدد نخبه	نسبت وراثت	تابع جهش	تابع وراثت	تابع اختلاط
۴	$f_1$	Rank	Reminder	۲	۰/۸	Adaptive feasible	herustic	-
۵	$f_2$	Rank	Reminder	۲	۰/۸	Adaptive feasible	herustic	-
۶	$f_3$	Rank	Roulette	۲	۰/۸	Adaptive feasible	intermedia	-

جدول ۴- مقادیر تخمینی فراسنجهای  $m$ ،  $k$  و  $x$  و بدهی خروجی محاسباتی در ماسکینگام غیر خطی.

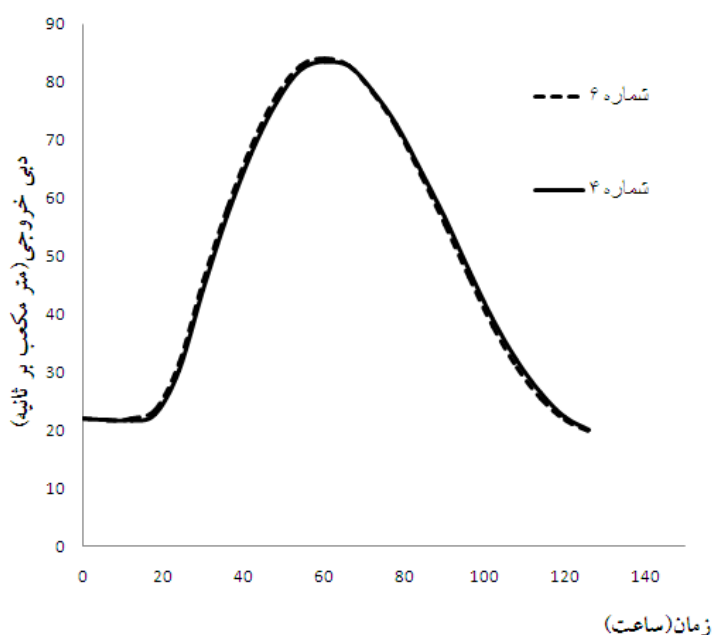
$t(h)$	$I(m^3/s)$	$\tilde{O}(m^3/s)$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	%Error1	%Error2	%Error3
۰	۲۲	۲۲	۲۲	۲۲	۲۲	۰	۰	۰
۶	۲۳	۲۱	۲۱/۶	۱۹/۰۲۱	۲۱/۷	۳/۳	۹/۴	۳/۳
۱۲	۳۵	۲۱	۲۲/۱	۲۰/۲۸۷۵	۲۱/۹	۵/۲	۳/۴	۴/۳
۱۸	۷۱	۲۶	۲۴/۴	۲۲/۳۳۲۶	۲۳/۵	۶/۱	۱۴	۹/۶
۲۴	۱۰۳	۳۴	۳۳/۳	۳۰/۲۸۸۹	۳۱/۶	۲/۱	۱۱	۷/۱
۳۰	۱۱۱	۴۴	۴۴/۹	۴۴/۳۳	۴۵/۶	۲	۰/۷	۳/۶
۳۶	۱۰۹	۵۵	۶۰/۵	۵۷/۳۲۹۳	۵۸/۲	۱۰	۴/۳	۵/۸
۴۲	۱۰۰	۶۶	۷۱/۲	۶۸/۴۱۲	۶۹	۷/۹	۳/۷	۴/۵
۴۸	۸۶	۷۵	۷۹/۵	۷۷/۱۰۲۸	۷۷/۶	۶	۲/۸	۳/۵
۵۴	۷۱	۸۲	۸۴/۳	۸۲/۳۲۷	۸۲/۸	۲/۸	۰/۴	۱
۶۰	۵۹	۸۵	۸۴/۹	۸۳/۳۸۰۹	۸۴	۰/۱	۱/۹	۱/۲
۶۶	۴۷	۸۴	۸۳/۱	۸۱/۹۸۶۱	۸۲/۸	۱/۱	۲/۴	۱/۴
۷۲	۳۹	۸۰	۷۷/۹	۷۷/۳۴۷۵	۷۸/۲	۲/۶	۳/۳	۲/۳
۷۸	۳۲	۷۳	۷۱	۷۱/۱۸۱	۷۲	۲/۷	۲/۵	۱/۴
۸۴	۲۸	۶۴	۶۲/۳	۶۳/۴۷۶۳	۶۳/۹	۲/۷	۰/۸	۰/۲
۹۰	۲۴	۵۴	۵۳/۴	۵۵/۹۳۸۵	۵۵/۴	۱/۱	۳/۶	۲/۶
۹۶	۲۲	۴۴	۴۴	۴۸/۲۷۴۹	۴۶/۳	۰	۹/۷	۵/۲
۱۰۲	۲۱	۳۶	۳۵/۵	۴۲/۱۴۴۸	۳۷/۸	۱/۴	۱۷	۵
۱۰۸	۲۰	۳۰	۲۸/۸	۳۷/۳۳۴۷	۳۰/۸	۴	۲۴	۲/۷
۱۱۴	۱۹	۲۵	۲۴	۳۴/۰۰۱۱	۲۵/۴	۴	۳۶	۱/۶
۱۲۰	۱۹	۲۲	۲۰/۸	۳۱/۷۵۸۴	۲۱/۷	۵/۵	۴۴	۱/۴
۱۲۶	۱۸	۱۹	۱۹/۳	۳۱/۰۶۲۱	۱۹/۸	۱/۶	۶۳	۴/۲
		$k(h)$	۰/۱۴۴	۰/۱۹۲	۰/۱۴۴			
		$x$	۰/۲۷	۰/۲۷	۰/۲۸۳			
		$m$	۲/۱۳۵	۲/۱۰۱	۲/۱۶۴			



شکل ۵- اثر ذخیره اولیه مشاهداتی بر آبنگار خروجی محاسباتی در تابع هدف  $f_2$ .



شکل ۶- آبنگار خروجی محاسباتی در مقایسه با آبنگار خروجی مشاهداتی در ماسکینگام غیر خطی.



شکل ۷- بدهی خروجی محاسبه شده با بهینه سازی  $f_3$  با فراسنجهای الگوریتم وراثتی شماره (۴) و (۶).

## نتیجه گیری

فراسنجهای بهینه شده تابع هدف  $f_1$ ، تطابق بیشتری با بدهی خروجی مشاهده دارد.

در ماسکینگام خطی با استفاده از فراسنجهای الگوریتم وراثتی متفاوت برای هر تابع هدف در آب‌نگارهای خروجی محاسباتی تفاوت‌هایی مشاهده می‌گردند که این تفاوت‌ها در ماسکینگام غیر خطی برای توابع هدف متفاوت اندک می‌باشد.

لازم به ذکر است، توابع هدف در ماسکینگام غیر خطی طی نسل‌های کمتری نسبت به ماسکینگام خطی بهینه می‌گردد. در ماسکینگام غیر خطی همواره بدهی بیشینه محاسباتی کمتر از بدهی بیشینه مشاهداتی برآورد می‌گردد در حالیکه در ماسکینگام خطی با توجه به فراسنجهای الگوریتم وراثتی و تابع هدف خطی، امکان محاسبه بدهی بیشینه بیشتر از بدهی بیشینه مشاهداتی می‌باشد.

در تابع هدف  $f_2$  (مجموع مربعات خطای بدهی خروجی) چنانچه مقدار ذخیره‌ی اولیه مشاهداتی برابر صفر در نظر گرفته شود، مقادیر فراسنجهای  $k$  و  $m$  و  $x$  چنان تخمین زده می‌شود که بدهی خروجی محاسباتی در قسمت ابتدایی آب‌نگار نامناسب برآورد می‌شود اما چنانچه مقدار این ذخیره‌ی اولیه مشاهداتی ۵

با توجه به نتایج تحقیق حاضر می‌توان بیان نمود که الگوریتم وراثتی روشی بسیار مناسب جهت تخمین فراسنجهای ماسکینگام خطی و غیر خطی است. می‌توان جهت تخمین فراسنجهای ماسکینگام، توابع هدف متفاوتی را تعریف نمود که در این مقاله سه تابع هدف مبتنی بر معادله‌ی پیوستگی منظور تعریف شده است. چنانچه با روش ماسکینگام خطی پس از بهینه سازی توابع هدف بدهی خروجی محاسبه شود، همواره آب‌نگار بدهی خروجی محاسباتی نسبت به آب‌نگار بدهی خروجی مشاهداتی دارای تاخیر زمانی می‌باشد در حالیکه این تاخیر زمانی در ماسکینگام غیر خطی بسیار اندک است.

در ماسکینگام خطی در صورتیکه فراسنجهای الگوریتم وراثتی متفاوتی (تعداد کروموزم‌ها و تابع هدف و...) برای توابع هدف در نظر گرفته شود با توجه به میانگین خطای نسبی در بدهی خروجی محاسبه شده با فراسنجهای بهینه شده تابع هدف  $f_2$  تطابق بیشتری با بدهی خروجی مشاهده دارد.

در ماسکینگام غیر خطی با فراسنجهای الگوریتم وراثتی یکسان می‌باشد و بدهی خروجی محاسبه شده با

8. Cunge, J.A. 1969. On the subject of the flood propagation computation method (Muskingum method). *J. Hydraul. Res.* 7: 205-230.
9. Chu, H.J. 2009. The Muskingum flood routing model using a Neuro-Fuzzy approach. *J. Civil. Eng. KSCE.* 13:371-376.
10. Gill, M.A. 1978. Flood routing by the Muskingum method." *J. Hydraul.* 36:353-363.
11. Goldberg, D.E., and J. Richardso. 1987. Genetic algorithms with sharing for multimodal function optimization, *In: J.J. Grefenstette, (Ed). Genetic algorithms and their applications.* Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, NJ. 41-49.
12. Kim, J.H., Z.W. Geem, and E.S. Kim. 2001. Parameter estimation of the nonlinear Muskingum model using harmony search. *J. Am. Water. Resour. As.* 37:1131-1138.
13. Heggen, R.J. 1984. Univariate least squares Muskingum flood routing. *Water. Resour. Bull.* 20: 103-107.
14. McCarthy, G.T. 1938. The unit hydrograph and flood routing. *Proc., Conf. of North Atlantic Div., U.S. Army Corps of Engrs., U.S. Engrg. Ofc., Providence, R.I.*
15. Mohan, S. 1997. Parameter estimation of nonlinear Muskingum models using genetic algorithm. *J. Hydraul. Eng. ASCE.* 123: 137-142.

مترمکعب بر ساعت باشد، بدهی خروجی محاسباتی در قسمت ابتدایی آب‌نگار مناسب اما در قسمت انتهایی آن افزایش قابل توجهی دارد.

### منابع

۱. آبایی، ع.، ع. قاهری، و م. سعیدی. ۱۳۹۰. تهیه الگوریتم بهره‌برداری بهینه از آبخوان به منظور تعدیل غلظت آلاینده‌ها. *مجله آب و فاضلاب.* ۴: ۱۳۲-۱۳۸.
۲. اولاد غفاری، ا.، ا. فاخری‌فرد، ا. ناظمی، و م.ع. قربانی. ۱۳۸۹. روندیابی آبی سیلاب به روش موج پویایی و مقایسه با روندیابی آشناسی ماسکینگام خطی و غیر خطی (مطالعه موردی: ليقوان چای). *مجله دانش آب و خاک.* ۲۰ (۳): ۴۷-۶۰.
۳. شفیعی، م.، ا. بزرگ حداد، و ع. افشار. ۱۳۸۶. بررسی ساختارهای جدید از الگوریتم وراثتی در بهینه‌سازی بهره‌برداری از مخازن. *مجله فناوری و آموزش.* ۱: ۱۱۷-۱۲۲.
۴. ظهیری، ع.، ح. شریفان، و س. تمدنی کناری. ۱۳۹۱. بهینه‌سازی روش ماسکینگام در روندیابی سیل در رودخانه‌های سیلابی. *پژوهشنامه مدیریت حوزه آبخیز.* ۳(۶): ۱-۱۴.
۵. قلعه‌نی، م.، ا. بزرگ حداد، و ک. ابراهیمی. ۱۳۸۹. بهینه‌سازی فراسنجهای شبیه غیر خطی ماسکینگام با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی نورد شبیه‌سازی شده. *نشریه آب و خاک.* ۲۴(۵): ۹۰۸-۹۱۹.
۶. مقدس نژاد، ف.، و آ. منتظری پور. ۱۳۸۶. ارزیابی یک برنامه مدیریت روسازی با استفاده از الگوریتم وراثتی. *پژوهشنامه حمل و نقل.* ۴(۳): ۲۳۵-۲۴۸.
7. Barry, D.A., and K. Bajracharya. 1997. On the Muskingum-vung flood routing method. *Envuron.* 21: 485-490.

