

حل عددی نوسانهای جزر و مدی در یک سامانه‌ی آبخوان جزیره‌ای ناهمگن و مقایسه‌ی آن با حل تحلیلی

مهدی اسدی آقبلاغی^{۱*}، پری ملکی^۲، داوود محققیان^۲، محمدرضا نوری امامزاده‌ای^۱
تاریخ دریافت: ۹۳/۵/۱۳ تاریخ پذیرش: ۹۵/۸/۲۶

چکیده

بررسی اثر نوسانهای جزر و مد دریا در آبخوان ساحلی موضوعی است که مورد توجه بسیاری از محققان بوده است. در این مقاله یک راه حل عددی برای سامانه‌ی آبخوان چندلایه‌ای غیر همگن توسعه داده شده است. این سامانه‌ی آبخوان شامل یک آبخوان آزاد در بالا یک آبخوان نیمه محصور در پائین، و یک لایه‌ی نیمه‌تراوا در بین آنها می‌باشد. این آبخوان ساحلی از دو سمت بین دو ساحل دریا، که به موازات یکدیگر قرار گرفته اند، محصور می‌باشد. نتایج نشان دادند که دامنه‌ی نوسانها در آبخوان آزاد با افزایش نشت افزایش می‌یابد، اما نوسانها در آبخوان نیمه محصور با افزایش نشت کاهش پیدا می‌کند. به‌علاوه، نتایج حاصل بر پایه‌ی حل تحلیلی افزایش فراسنج بدون بعد ضریب ذخیره در آبخوان آزاد باعث کاهش نوسانهای سطح آب می‌شود، در صورتی که نوسانهای آب زیرزمینی در آبخوان محصور با تغییر فراسنج بدون بعد ضریب ذخیره تقریباً ثابت می‌ماند. همچنین، افزایش فراسنج بدون بعد ضریب انتقال در آبخوان‌های آزاد و نیمه محصور باعث افزایش نوسانهای سطح آب شده است. تغییرات سطح آب نسبت به زمان نشان می‌دهد که زمان تأخیر در آبخوان آزاد تغییر قابل توجهی نداشته، و برای آبخوان نیمه محصور نسبت به آبخوان آزاد کمتر است. مقایسه‌ی بین حل عددی و حل تحلیلی نشان داد بین این دو اختلاف ناچیزی وجود دارد.

واژه‌های کلیدی: نشت، آبخوان آزاد، آبخوان نیمه محصور، لایه‌ی نیمه تراوا، جریان یک بعدی

^۱ عضو هیأت علمی گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شهرکرد
^۲ کارشناس ارشد سازه‌های آبی، گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه شهرکرد

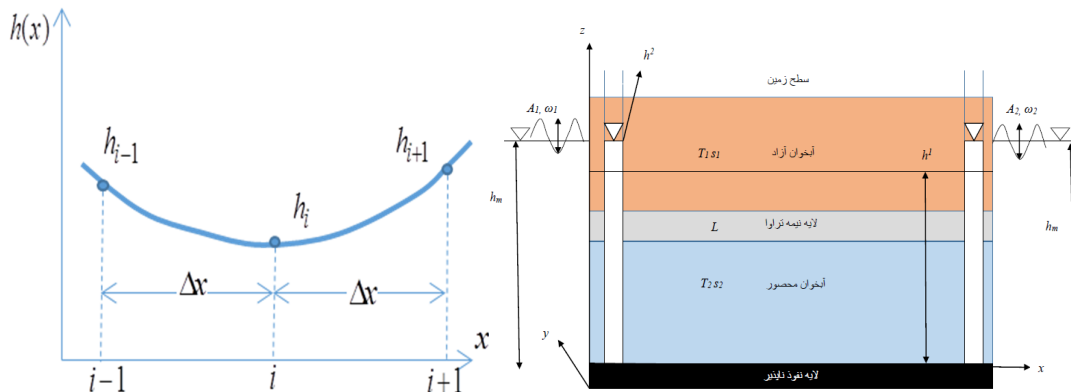
مقدمه

آبخوان‌های ساحلی یکی از منابع حیاتی موجود در آن مناطق می‌باشند. در این مناطق از سطح جهان، که اغلب مناطقی پرجمعیت، صنعتی و پراهمیت‌تر، به دلیل فشارهای وارده، امکان بروز چالش‌های زیست‌محیطی وجود دارد. از معمول‌ترین آنها می‌توان به رخ دادن پدیده‌ی نوسانهای آبخوان‌های ساحلی و پیشروی آب شور، به دلیل برداشت نادرست و بیش‌ازحد آب زیرزمینی و کاهش کیفیت آن اشاره نمود، که محدودیت‌های زیادی را در نحوه‌ی بهره‌برداری از آبخوان‌های مزبور فراهم می‌نماید. شناختن صحیح سامانه آب زیرزمینی در آبخوان ساحلی، و پدیده‌ی نوسانهای آبخوان‌های مزبور در تدوین سیاست‌های نحوه بهره‌برداری از منابع آب موجود و مدیریت این نوسان‌ها ضروری است (عطایی آشتیانی و کتابچی، ۱۳۸۹). مطالعات انجام‌شده در آبخوان‌های ساحلی را می‌توان به دو بخش اصلی تقسیم کرد. گروه اول تحقیقاتی است که درباره‌ی نفوذ آب شور دریا به سواحل تمرکز یافته‌اند که درصد تعیین میزان گسترش، تغییرات کمی و کیفی آب شور و شیرین و شکل هندسی مرز آب شور و شیرین می‌باشند. مبنای نظری به کار گرفته در مطالعات این گروه معادله‌ی گیبین-هرزبرگ می‌باشد که بعدها با استفاده از تجربیات صحرایی، مدل‌های مختلف تحلیلی و عددی و مطالعات آزمایشگاهی برای حالت‌های مختلف گسترش داده شده‌اند. این گروه معمولاً در مطالعه‌ی ناحیه‌ای جریان آب زیرزمینی و انتقال آلودگی در آبخوان‌های ساحلی سطح تراز آب در مرز آبخوان را معادل متوسط سطح تراز دریا در نظر گرفته و از تغییرات ایجادشده به وسیله‌ی جزر و مد و امواج صرف‌نظر می‌کنند (اشجاری، ۱۳۸۸). گروه دوم، اثر جزر و مد دریا را بر رفتار هیدرولیکی آبخوان ساحلی را مورد توجه قرار داده و برای تغییرات کیفی آب اهمیت چندانی قائل نیستند. فشار جزر و مد باعث نوسان‌های دوره‌ای سطح آب آبخوان ساحلی می‌شود. پیشروی موج جزرومد در داخل آبخوان به خاطر اصطکاک و تلفات کارمایه باعث میرا شدن دامنه‌ی نوسانهای تغییرات سطح آب زیرزمینی در جهت خشکی می‌شود (بیر، ۱۹۷۹). مطالعاتی را که گروه دوم در این زمینه انجام داده است می‌توان به سه دسته تقسیم نمود؛ مطالعات آماری الکوله و همکاران (۲۰۰۹)، میدانی برد و همکاران (۱۹۹۸)، کیم و همکاران (۲۰۰۶) مطالعات

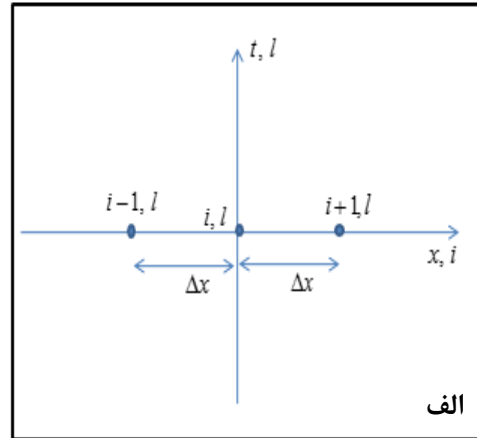
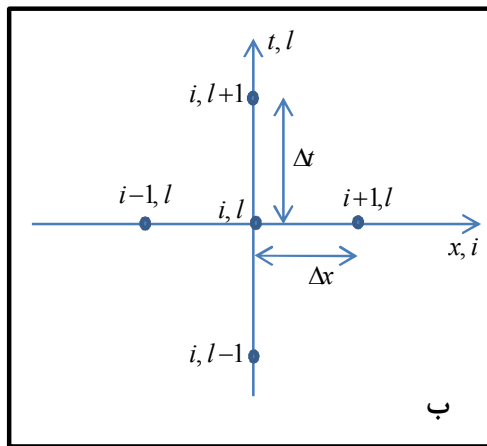
عددی عطایی آشتیانی و همکاران (۱۹۹۹)، و مطالعات تحلیلی جنگ و همکاران (۲۰۰۲)، لی و همکاران (۲۰۰۲). جنگ و همکاران (۲۰۰۲) برای نوسانهای ناشی از جزر و مد در یک سامانه آبخوان نشستی ساحلی یک راه حل تحلیلی را ارائه کردند. ایشان اثر نوسانهای سطح آب در هر دو آبخوان آزاد و محصور را در نظر گرفته و برای آبخوان آزاد از معادله‌ی خطی شده بوسینیسک استفاده کردند. این راه حل تحلیلی با استفاده از روش جداسازی متغیرها به دست آمد. آنها برای بررسی اثر فراسنجهای زمینی از مثال‌های عددی بهره بردند. نتایج آنها نشان دادند که در شرایطی مشخص، تراوش از آبخوان محصور به آبخوان آزاد و بالعکس، می‌تواند به صورت قابل توجهی بر نوسانهای سطح آب زیرزمینی اثر بگذارد. لی و همکاران (۲۰۰۲) یک راه حل تحلیلی را برای مطالعه نوسان‌های بار آبی زیرزمینی در آبخوان محصور از سامانه آبخوان ساحلی با فرض نادیده گرفتن ذخیره الاستیک در لایه نیمه‌تراوا ارائه کردند. آنها دریافتند که نشت اثر قابل توجهی را در دامنه‌ی نوسانهای آبخوان زیرزمینی در آبخوان محصور دارد. عطایی آشتیانی (۱۹۹۹) مدل آب زیر زمینی با چگالی متغیر را در تجزیه و تحلیل اثر نوسانهای جزر و مد دریا نفوذی در آبخوان آزاد مورد استفاده قرار داد. او نشان داد که فعالیت‌های جزر و مدی باعث نفوذ آب دریا به درون سواحل شده است. همچنین، او به این نتیجه رسید که اثر نوسانهای جزر و مدی بر سواحل شیب دار نسبت به سواحل عمودی تاثیر بیشتری را داراست و نادیده گرفتن اثر نوسانهای جزر و مدی در تعیین ارتفاع سطح آب زیر زمینی آبخوان اطلاعات نادرستی را به ما می‌دهد. این تغییرات بیشتر در بالای آبخوان و در نزدیکی سطح آب قابل توجه می‌باشند، که دلیل آن به خاطر نفوذ آب شور به قسمت بالای آبخوان (بالا‌تر از سطح جزر و مدی) است کم بودن شیب ساحل در تشدید این پدیده دخالت دارد.

مواد و روش‌ها

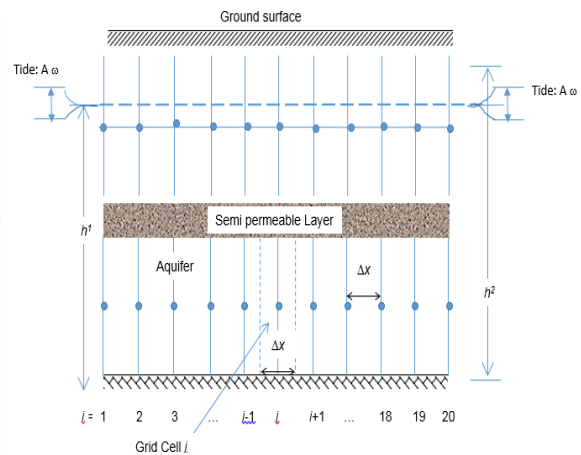
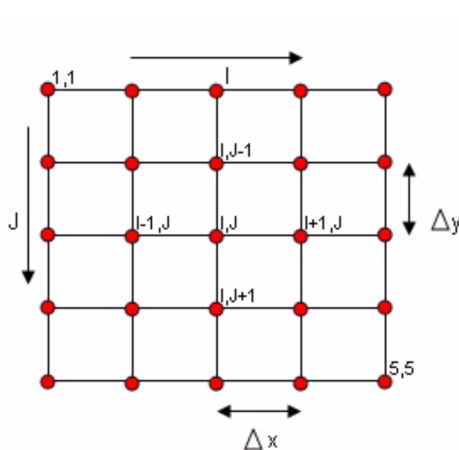
شکل ۱ سامانه‌ی آبخوان ساحلی را نشان می‌دهد که در آن یک آبخوان آزاد در بالا، یک آبخوان محصور در زیر و یک لایه نیمه‌تراوا در بین آنها قرار گرفته است. h^1 و h^2 به ترتیب، بیانگر بار آبی در آبخوان محصور و آبخوان آزاد می‌باشند. مبدأ مختصات در فصل مشترک آبخوان سمت چپ و دریا قرار گرفته است. این سامانه آبخوان در جهت x از هر دو طرف به وسیله‌ی دریا محاصره شده است و



شکل ۱- آبخوان مربوط به حل عددی. شکل ۲- نمودار روش تفاضل محدود.



شکل ۳- محور مختصات مربوط به تقریب مشتق برای الف) یک بعدی و ب) دو بعدی.



شکل ۴- نحوه نمایش نقاط در آبخوان مورد نظر را نشان می دهد. شکل ۵- نحوه نمایش نقاط برای شبکه تفاضل محدود.

است که در این روش کل منطقه مورد مطالعه به یک گروه بن پار مستطیلی یا مربعی شکل تقسیم‌بندی می‌شود که در این عناصر گره‌ها ممکن است در وسط و یا در گوشه‌های آنها قرار گیرند (فریس و همکاران، ۱۹۵۱). در روش بن پار

دارای طول محدود و برابر با $2l$ می‌باشد و در جهت y (عمود بر صفحه کاغذ) دارای طول نامحدود است. برای راه حل عددی از روش تفاضل محدود استفاده شده است. روش تفاضل محدود یکی از پرکاربردترین روش حل عددی

برقرار است، لذا بار آبی در مجاورت ساحل برابر با تراز آب دریا می‌باشد، بنابراین، شرایط مرزی به صورت زیر است:

$$x = 0 \rightarrow h^2 = h^1 = h_m + A \cos(\omega t) \quad (۳)$$

$$x = 2l \rightarrow h^2 = h^1 = h_m + A \cos(\omega t) \quad (۴)$$

که در آن h_m متوسط تراز آب دریا، A دامنه نوسانهای جزر و مد و ω سرعت زاویه‌ای نوسانهای جذرومدمی- باشد.

حل تحلیلی

در این قسمت با توجه به معادلات حاکم و شرایط مرزی موجود، یک راه حل تحلیلی برای مسئله ارائه می‌گردد. برای حل دستگاه معادلات (۱ و ۲) باید یکی از متغیرهای مسئله حذف گردد، بنابراین، با استفاده از معادله‌ی (۱) مقدار h^2 به دست آید:

$$h^2 = \frac{S_1}{L} \frac{\partial h^1}{\partial t} - \frac{T_1}{L} \frac{\partial^2 h^1}{\partial x^2} + h^1 \quad (۵)$$

از معادله‌ی (۵) در معادله‌ی (۲) جایگذاری می‌شود:

$$\begin{aligned} & \frac{S_2 \cdot S_1}{L} \frac{\partial^2 h^1}{\partial t^2} - \frac{T_2 \cdot T_1}{L_1} \frac{\partial^3 h^1}{\partial x^2 \partial t} + \frac{S_1 \cdot \partial h^1}{\partial t} - \frac{T_2 \cdot S_1}{L} \frac{\partial^3 h^1}{\partial x^2 \partial t} + \frac{T_2 \cdot T_1}{L} \frac{\partial^4 h^1}{\partial x^4} - \frac{T_2 \cdot \partial^2 h^1}{\partial x^2} - L \cdot h^1 \\ & + s_1 \frac{\partial h^1}{\partial t} - T_1 \frac{\partial^2 h^1}{\partial x^2} + L \cdot h^1 = 0 \end{aligned} \quad (۶)$$

h^1 و h^2 به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$h^1(x, t) = h_m + \text{Re}(H_1 \cdot e^{-i\omega t}) \quad (۷)$$

$$h^2(x, t) = h_m + \text{Re}(H_2 \cdot e^{-i\omega t}) \quad (۸)$$

از معادله (۷) مقدار h^1 در معادله‌ی (۶) جایگذاری می‌شود:

$$\frac{T_2 T_1}{L} \frac{d^4 H_1}{dx^4} - \left(\frac{i\omega S_2 T_1}{L} + \frac{i\omega T_2 S_1}{L} + T_1 + T_2 \right) \frac{d^2 H_1}{dx^2} + \left(\frac{S_2 S_1 \omega^2}{L} - i\omega S_1 - i\omega S_2 \right) H_1 = 0 \quad (۹)$$

$$\lambda_2 = \sqrt{\frac{1}{2}(-b_1 - \sqrt{b_1^2 - 4c_1})} \quad (۱۲)$$

$$\lambda_3 = -\sqrt{\frac{1}{2}(-b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4c_1})} \quad (۱۳)$$

$$\lambda_4 = -\sqrt{\frac{1}{2}(-b_1 - \sqrt{b_1^2 - 4c_1})}$$

a_1 تا a_4 ضرایب ثابتی هستند که برای به دست آوردن آنها از شرایط مرزی استفاده می‌شود:

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = A \quad (۱۴)$$

محدود بر خلاف روش تفاضل محدود از شبکه‌های چندوجهی، به‌ویژه مثلثی، استفاده می‌گردد. روش بن پار محدود، در قیاس با روش تفاضل محدود مشکل تر است و نسبت به روش تفاضل محدود زمان اجرای برنامه رایانه‌ای بیشتر است (وانگ و اندرسون، ۱۹۹۵). هرگاه نوسانهای جزر و مد نسبت به ضخامت آبخوان کم باشد، می‌توان از معادله‌ی خطی شده بوسینک برای آبخوان آزاد استفاده کرد (جنگ و همکاران، ۲۰۰۲). بنابراین، معادلات حاکمه برای آبخوان آزاد و محصور، به ترتیب، به صورت زیر می‌باشند:

$$S_1 \frac{\partial h^1}{\partial t} = T_1 \frac{\partial^2 h^1}{\partial x^2} + L(h^2 - h^1) \quad (۱)$$

$$S_2 \frac{\partial h^2}{\partial t} = T_2 \frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} + L(h^1 - h^2) \quad (۲)$$

که در آن T_1 و T_2 به ترتیب، ضریب انتقال در آبخوان آزاد و محصور و S_1 و S_2 ضریب ذخیره، به ترتیب، در آبخوان آزاد و محصور و L نشأت لایه نیمه تراوا می‌باشند. چون در مرز آبخوان و ارتباط کامل هیدرولیکی بین آبخوان و دریا

معادله‌ی ۹ یک معادله‌ی دیفرانسیل خطی مرتبه‌ی چهارم است که جواب این معادله به صورت زیر می‌شود:

$$H_1(x) = a_1 e^{\lambda_1 x} + a_2 e^{\lambda_2 x} + a_3 e^{\lambda_3 x} + a_4 e^{\lambda_4 x} \quad (۱۰)$$

که در آن مقادیر λ_1 تا λ_4 از روابط زیر به دست می‌آوردند:

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{1}{2}(-b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4c_1})} \quad (۱۱)$$

$$a_1 e^{2\lambda_1 l} + a_2 e^{2\lambda_2 l} + a_3 e^{2\lambda_3 l} + a_4 e^{2\lambda_4 l} = A \quad (۱۵)$$

$$\left(\frac{-i\omega S_1}{L} + 1\right)(a_1 + a_2 + a_3 + a_4) - \frac{T_1}{L}(\lambda_1^2 a_1 + \lambda_2^2 a_2 + \lambda_3^2 a_3 + \lambda_4^2 a_4) = A \quad (۱۶)$$

$$\left(\frac{-i\omega S_1}{L} + 1\right)(a_1 e^{2\lambda_1 l} + a_2 e^{2\lambda_2 l} + a_3 e^{2\lambda_3 l} + a_4 e^{2\lambda_4 l}) - \frac{T_1}{L}(\lambda_1^2 a_1 e^{2\lambda_1 l} + \lambda_2^2 a_2 e^{2\lambda_2 l} + \lambda_3^2 a_3 e^{2\lambda_3 l} + \lambda_4^2 a_4 e^{2\lambda_4 l}) = A \quad (۱۷)$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\Delta h}{\Delta x} = \frac{h_{(i,j)} - h_{(i-1,j)}}{\Delta x} \quad (۱۸)$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{h_{(i-1,j)} - 2h_{(i,j)} + h_{(i+1,j)}}{\Delta x^2} \quad (۱۹)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{h_{(i,j)} - h_{(i,j-1)}}{\Delta t} \quad (۲۰)$$

در معادلات بالا نمایه‌ی i مربوط به مکان و j مربوط به زمان و Δt و Δx ، به ترتیب، گام مکان و زمان می‌باشند. با جایگذاری فرضیات بالا در معادلات (۱) و (۲)، به ترتیب، معادلات زیر حاصل می‌شوند:

که به دلیل طولانی بودن از آوردن آنها در اینجا خودداری می‌شود، $H_2(x)$ نیز به طریق مشابه به دست می‌آید، بدین ترتیب h^1 و h^2 معلوم می‌گردند.

حل عددی

در حل عددی از روش تفاضل محدود استفاده می‌شود، در بازه‌ی زمانی از روش تفاضل محدود روبه‌عقب استفاده می‌شود. کنیم، با به‌کارگیری این روش معادلات دیفرانسیل به دستگاه معادلات جبری ضمنی تبدیل می‌شوند، شایان ذکر است این روش بدون قید و شرط پایدار است. علاوه بر کاربرد، این روش نسبت به سایر روش‌های عددی موجود (مانند عناصر محدود) سریع‌تر و آسان‌تر است (وانگ و اندرسون، ۱۹۹۵). بنابراین:

$$S_1 \frac{h^1_{i,j} - h^1_{i,j-1}}{\Delta t} = T_1 \frac{h^1_{i-1,j} - 2h^1_{i,j} + h^1_{i+1,j}}{\Delta x^2} + L(h^2_{i,j} - h^1_{i,j}) \quad (۲۱)$$

$$S_2 \frac{h^2_{i,j} - h^2_{i,j-1}}{\Delta t} = T_1 \frac{h^2_{i-1,j} - 2h^2_{i,j} + h^2_{i+1,j}}{\Delta x^2} + L(h^1_{i,j} - h^2_{i,j}) \quad (۲۲)$$

اگر طول آبخوان به n بازه مساوی تقسیم شود، $n+1$ گره وجود خواهد داشت، بنابراین، شرایط مرزی به صورت زیر در می‌آیند:

$$h^1_{1,j} = h^2_{1,j} = A \cos(\omega t(j-1)) \quad (۲۳)$$

$$h^1_{n+1,j} = h^2_{n+1,j} = A_2 \cos(\omega t(j-1)) \quad (۲۴)$$

$$\left(\frac{S_1}{\Delta t} + \frac{2T_1}{\Delta x^2} + L\right)h^1_{i,j} - \frac{T_1}{\Delta x^2}h^1_{i+1,j} - Lh^2_{i,j} = \frac{S_1}{\Delta t}h^1_{i,j} \quad (۲۵)$$

$$\left(\frac{S_2}{\Delta t} + \frac{2T_2}{\Delta x^2} + L\right)h^2_{i,j} - \frac{T_2}{\Delta x^2}h^2_{i+1,j} - Lh^1_{i,j} = \frac{S_2}{\Delta t}h^2_{i,j} \quad (۲۶)$$

با نوشتن رابطه فوق برای تمام گره‌ها $2(n-1)$ معادله بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} -\frac{T_1}{\Delta x^2}h^1_{2,j+1} &= \frac{S_1}{\Delta t}h^1_{i,j} + \left(\frac{S_1}{\Delta t} + \frac{2T_1}{\Delta x^2} + L\right)h^1_{1,j+1} - Lh^2_{1,j+1} \\ -\frac{T_2}{\Delta x^2}h^2_{2,j+1} &= \frac{S_2}{\Delta t}h^2_{i,j} + \left(\frac{S_2}{\Delta t} + \frac{2T_2}{\Delta x^2} + L\right)h^2_{1,j+1} - Lh^1_{1,j+1} \end{aligned} \quad (۲۷)$$

$$\left(\frac{S_1}{\Delta t} + \frac{2T_1}{\Delta x^2} + L\right)h^1_{2,j+1} - \frac{T_1}{\Delta x^2}h^1_{3,j+1} - Lh^2_{2,j+1} = \frac{S_1}{\Delta t}h^1_{2,j}$$

$$\left(\frac{S_2}{\Delta t} + \frac{2T_2}{\Delta x^2} + L\right)h^2_{2,j+1} - \frac{T_2}{\Delta x^2}h^2_{3,j+1} - Lh^1_{2,j+1} = \frac{S_2}{\Delta t}h^2_{2,j}$$

$$\left(\frac{S_1}{\Delta t} + \frac{2T_1}{\Delta x^2} + L\right)h^1_{n,j+1} - Lh^2_{n,j+1} = \frac{S_1}{\Delta t}h^1_{n,j} - \frac{T_1}{\Delta x^2}h^1_{n,j+1}$$

$$\left(\frac{S_2}{\Delta t} + \frac{2T_2}{\Delta x^2} + L\right)h^2_{n,j+1} - Lh^1_{n,j+1} = \frac{S_2}{\Delta t}h^2_{n,j} - \frac{T_2}{\Delta x^2}h^2_{n+1,j+1}$$

که شکل ماتریسی این معادلات به شکل زیر است.

$$\begin{bmatrix} -\frac{T_1}{\Delta x^2} & 0 & 0 & 0 & - & - & - & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{T_2}{\Delta x^2} & 0 & 0 & - & - & - & 0 & 0 \\ \frac{S_1}{\Delta t} + \frac{2T_1}{\Delta x^2} + L & -L & -\frac{T_1}{\Delta x^2} & 0 & - & - & - & 0 & 0 \\ -L & \frac{S_2}{\Delta t} + \frac{2T_2}{\Delta x^2} + L & 0 & -\frac{T_2}{\Delta x^2} & - & - & - & 0 & 0 \\ | & | & | & | & \backslash & & & | & | \\ | & | & | & | & & \backslash & & | & | \\ | & | & | & | & & & \backslash & | & | \\ 0 & 0 & 0 & 0 & - & - & - & \frac{S_1}{\Delta t} + \frac{2T_1}{\Delta x^2} + L & -L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & - & - & - & -L & \frac{S_2}{\Delta t} + \frac{2T_2}{\Delta x^2} + L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h^1_2 \\ h^2_2 \\ h^1_3 \\ h^2_3 \\ | \\ | \\ | \\ h^1_n \\ h^2_n \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{S_1}{\Delta t}h^1_{i,j} + \left(\frac{S_1}{\Delta t} + \frac{2T_1}{\Delta x^2} + L\right)h^1_{1,j+1} - Lh^2_{1,j+1} \\ \frac{S_2}{\Delta t}h^2_{i,j} + \left(\frac{S_2}{\Delta t} + \frac{2T_2}{\Delta x^2} + L\right)h^2_{1,j+1} - Lh^1_{1,j+1} \\ \frac{S_1}{\Delta t}h^1_{2,j} \\ \frac{S_2}{\Delta t}h^2_{2,j} \\ | \\ | \\ \frac{S_1}{\Delta t}h^1_{n,j} - \frac{T_1}{\Delta x^2}h^1_{n,j+1} \\ \frac{S_2}{\Delta t}h^2_{n,j} - \frac{T_2}{\Delta x^2}h^2_{n+1,j+1} \end{bmatrix} \quad (28)$$

انتخاب شدند)، تا در نهایت برای کل بازه زمانی مسئله مقادیر بار آبی به دست آیند. شایان ذکر است که در این مقاله از روش ضمنی برای حل معادلات، استفاده شد که این روش بدون قید و شرط پایدار است (وانگ و اندرسون، ۱۹۹۵)، به عبارت دیگر پایداری آن به اندازه مکانی و زمانی

با حل این دستگاه معادلات مجهول‌ها معین می‌گردند. لازم به ذکر است که با در دست داشتن بار آبی در زمان $t=0$ (شرط اولیه $j=1$) ابتدا برای $j=2$ (Δt) دستگاه معادلات حل می‌گردد، برای سایر زمانها این مرحله تکرار می‌گردد (گام‌های زمانی را ۱ ساعت و گام‌های مکانی را ۲۰ متر

این تحقیق وقتی معتبر خواهند بود، که ضخامت لایه‌ها یکنواخت و مرز دو ساحل دریا موازی باشد.

تحلیل حساسیت

واحد هر یک از فراسنج‌های مورد نیاز برای برآورد دامنه‌ی نوسان‌های آبخوان با یکدیگر متفاوتند. تفاوت در اندازه و مقدار فراسنج‌ها، نمایش همزمان تغییرات دامنه‌ی نوسان‌ها را در برابر تغییرات فراسنج‌های ورودی در مورد یک محور مختصات را مشکل می‌سازد. بدین منظور فراسنج‌ها (بین دو حد پایین و بالا) را باید به صورت معیاری مشخص درآورد. راه‌های نسبتاً زیادی برای قابل مقایسه کردن داده‌ها وجود دارد. از آنجاکه تغییرات به صورت گرافیکی نمایش داده می‌شوند برای نمایش هر چه بهتر تغییرات از رابطه زیر (تابع Zscore) برای به صورت معیاری واحد درآوردن داده‌ها استفاده شده است:

$$n = \frac{(X_i - \bar{X})}{Std} \quad (29)$$

در این رابطه X_i متغیر آم فراسنج ورودی، \bar{X} و Std به ترتیب میانگین و انحراف معیار ورودی مورد نظر می‌باشند. نمایش همزمان تغییرات دامنه نوسانهای آبخوان آزاد و نیمه‌محصور در برابر تغییرات هر فراسنج مربوط به هر رابطه در شکل های ۸-الف تا ۸-آمده‌اند. همان طور که مشاهده می‌شود محور y ها مربوط به تغییرات دامنه نوسانهای و محور x ها مقادیر مربوط به فراسنج‌های یکسان شده هستند. این اشکال برای مقایسه کلی اثر تغییرات دامنه نوسانهای در برابر تغییرات فراسنج‌های ورودی مناسب است. به طوری که هر منحنی یا هر قسمت از هر منحنی که شیب بیشتری داشته باشد، تأثیر بیشتری بر دامنه نوسانهای دارد. همان طور که مشاهده می‌شود در شکل ۸- (الف) و (ب) که مربوط به آبخوان آزاد در نقطه $x = 50 \text{ m}$ و شکل ۸- (پ) و (ج) که مربوط به آبخوان آزاد در نقطه $x = 150 \text{ m}$ است با افزایش فراسنج استاندارد شده بیشترین شیب مربوط به T_m و کمترین شیب (بدون در نظر گرفتن تأثیر x بر دامنه نوسانها) مربوط به S_b می‌باشد که برای نقطه $x = 150 \text{ m}$ همان نتایج با شدت کمتری اتفاق افتاده است. در شکل ۸- (د) و (ذ) که مربوط به آبخوان نیمه‌محصور در نقطه $x = 50 \text{ m}$ و

گامها بستگی ندارد. برای انجام محاسبات در این مرحله از نرم افزار Matlab استفاده شد.

بحث و نتایج

برای تجزیه و تحلیل نتایج به دست آمده داده‌های یک آبخوان ساحلی معمولی را، که در مطالعه جنگ و همکاران (۲۰۰۲) استفاده شده است مورد بهره‌وری قرار گرفته است.

$$T_1 = T_2 = 2000 \text{ m}^2 / \text{day}$$

$$S_1 = 0.3, S_2 = 0.001,$$

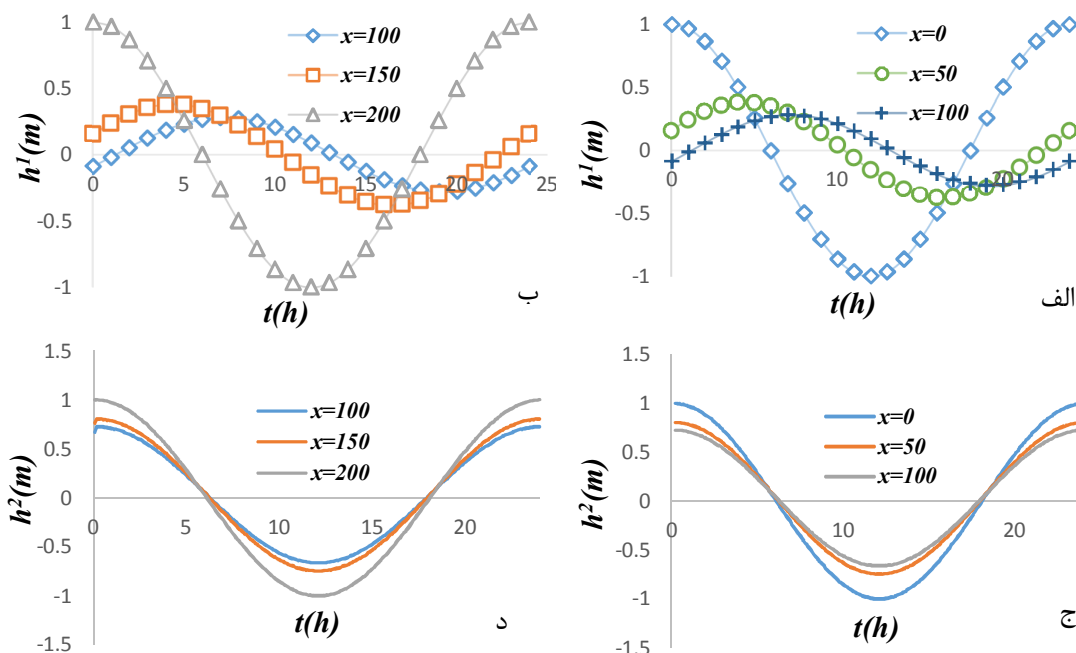
$$A_1 = A_2 = 1 \text{ m}, \omega_1 = \omega_2 = 2\pi \text{ rad} / \text{day}$$

$$L = 0.2 \text{ 1} / \text{day}$$

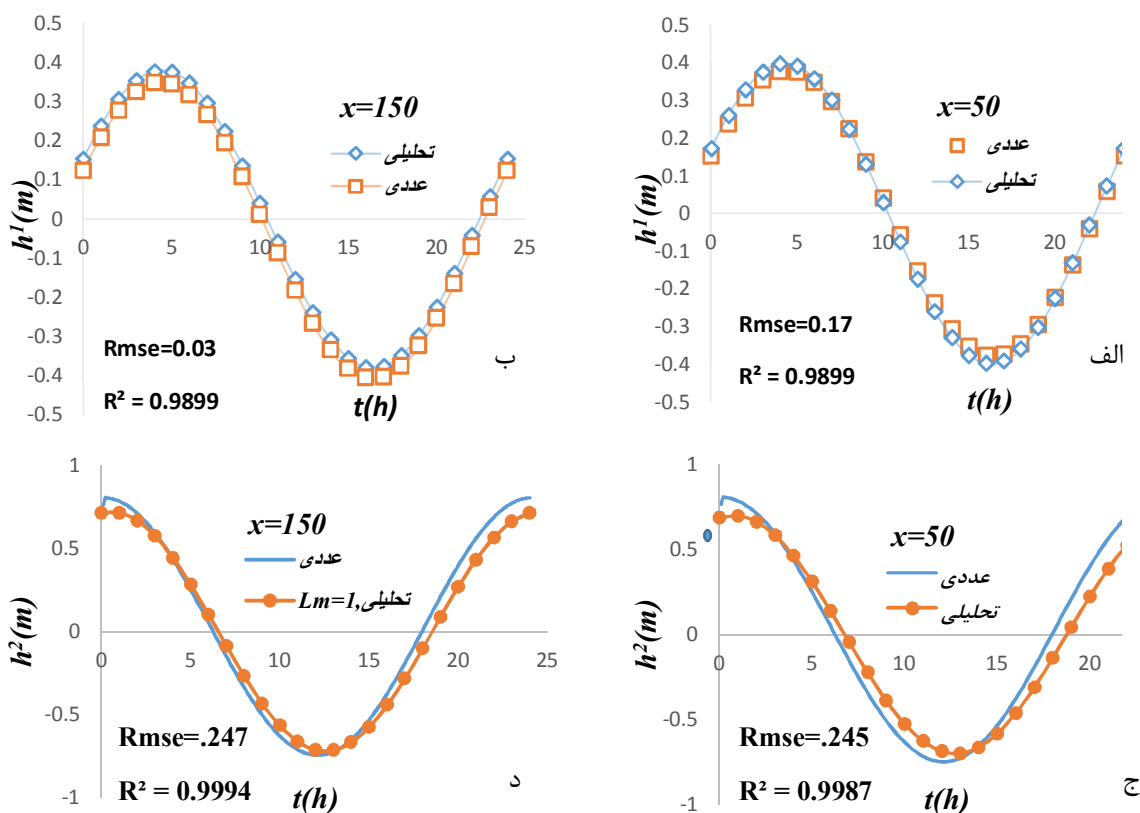
شکل ۶-الف و شکل ۶-ب تغییرات نوسان‌های آبخوان آزاد را نسبت به زمان در فواصل مختلف از مبدأ مختصات نشان می‌دهد، با دور شدن از مبدأ دامنه نوسانها کاهش یافته و از نقطه ۱۰۰ متری به بعد دوباره دامنه‌ی نوسان‌ها افزایش می‌یابد، این وضعیت نشان می‌دهد که سمت راست آبخوان تحت تأثیر جزر و مد سمت چپ قرار می‌گیرد. شکل ۶-ج و شکل ۶-د- تغییرات نوسانهای آبخوان نیمه محصور را نسبت به زمان در فواصل مختلف از مبدأ نشان می‌دهد، با دور شدن از مبدأ دامنه‌ی نوسانها رو به کاهش است اما از فاصله ۱۰۰ متری به بعد دوباره دامنه نوسانها افزایش پیدا می‌کند مقایسه نمودارهای آبخوان نیمه محصور با آبخوان آزاد نشان می‌دهد که دامنه‌ی نوسانهای آبخوان نیمه محصور از افزایش و کاهش کمتری نسبت به آبخوان آزاد برخوردار است.

مقایسه حل عددی و حل تحلیلی

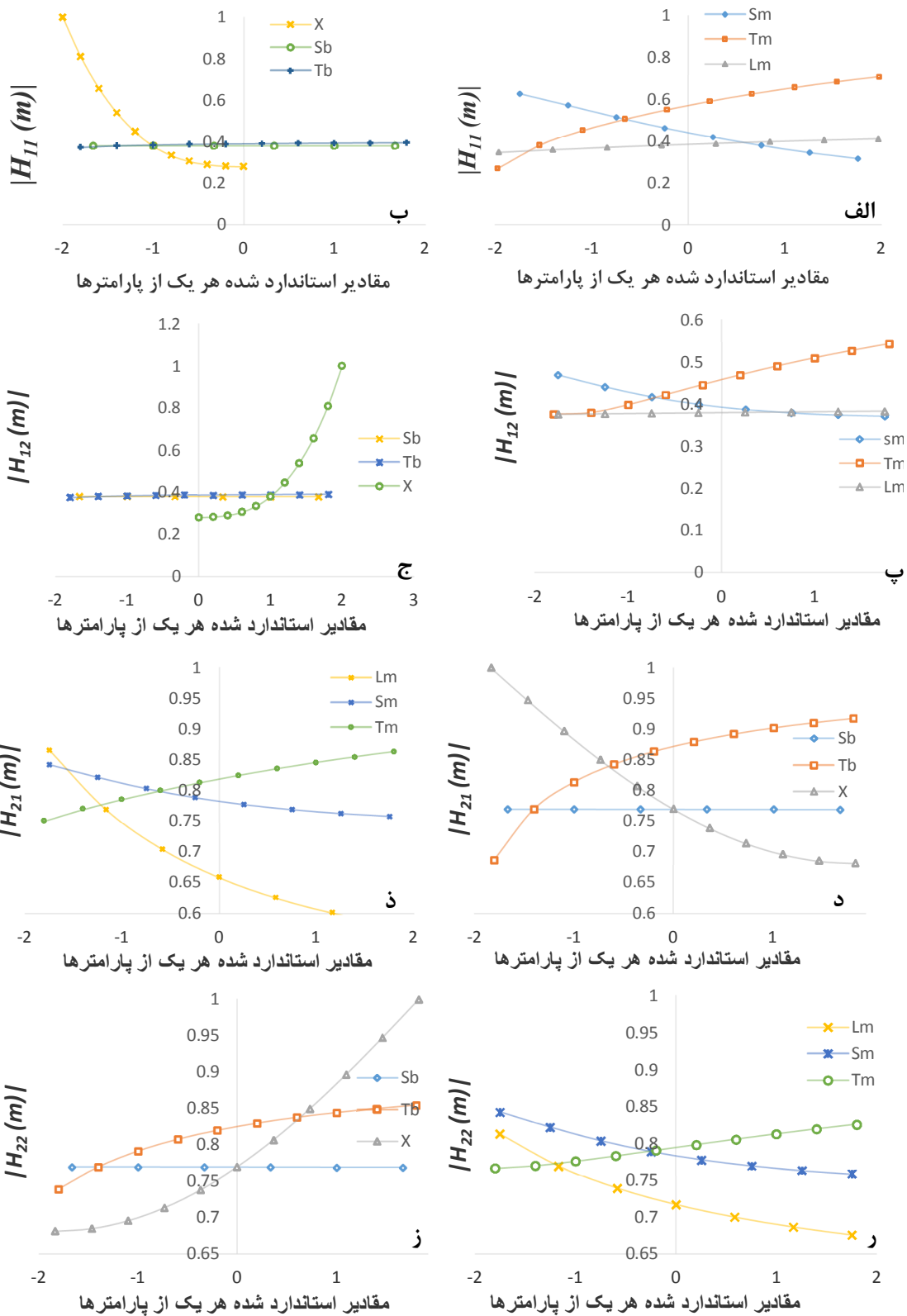
شکل ۷-الف و ب مقایسه بین حل تحلیلی و حل عددی در فاصله ۵۰ و ۱۵۰ متری از مبدأ بین تغییرات دامنه نوسان‌های در آبخوان آزاد و زمان را نشان می‌دهد شکل ۷-ج و د مقایسه حل عددی و حل تحلیلی را در فاصله ۵۰ و ۱۵۰ متری از مبدأ را بین تغییرات دامنه نوسان‌های و زمان را نشان می‌دهد همان طور مشاهده می‌شود مقدار R^2 و $Rmse$ نشان دهنده این است که بین حل تحلیلی و عددی اختلاف کمی وجود دارد. از نتایج این حل تحلیلی فقط می‌توان استفاده کرد که نواسانات جزر و مد در برابر ضخامت آبخوان کم باشد، زیرا از معادله بوسینسک خطی شده برای آبخوان آزاد استفاده شده است. همچنین، نتایج



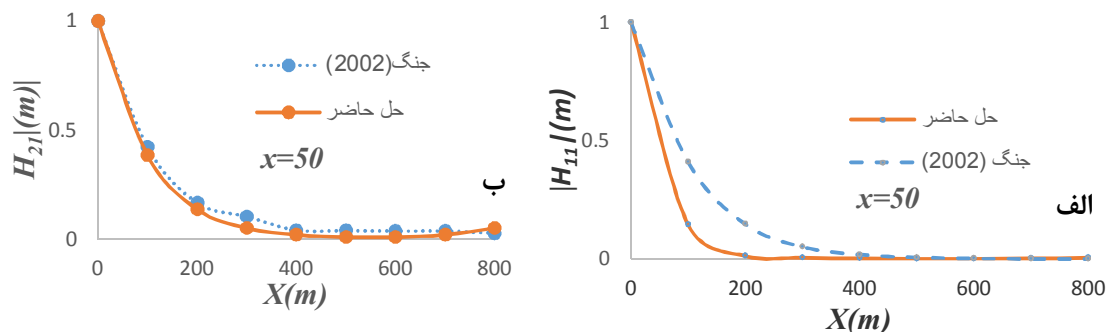
شکل ۶- تغییرات سطح آب در برابر زمان برای مکان‌های مختلف، در (الف) و (ب) آبخوان آزاد و (ج) و (د) آبخوان نیمه محصور.



شکل ۷- مقایسه بین حل تحلیلی و حل عددی در (الف) آبخوان آزاد در $x = 50\text{ m}$ ، (ب) آبخوان آزاد در $x = 150\text{ m}$ ، (ج) آبخوان نیمه محصور در $x = 50\text{ m}$ و (د) آبخوان نیمه محصور در $x = 150\text{ m}$.



شکل ۸- تغییرات نوسانات آب زیرزمینی نسبت به مقادیر استاندارد شده هر یک از فرانسجها (الف) و (ب) آبخوان آزاد در $x = 50 m$ ، (پ) و (ج) آبخوان آزاد در $x = 150 m$ ، (د) و (ذ) آبخوان نیمه محصور در $x = 50 m$ و (ر) و (ز) آبخوان نیمه محصور در $x = 150 m$.



شکل ۹- مقایسه دامنه نوسان‌های آب زیرزمینی حل حاضر با حل قبلی جنگ و همکاران (۲۰۰۲) نسبت مسافت (الف) آبخوان آزاد در $x = 50 \text{ m}$ و (ب) آبخوان محصور در $x = 50 \text{ m}$.

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 (y_i - \bar{y})^2}} \quad (31)$$

نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک راه حل عددی برای سامانه آبخوان چندلایه توسعه داده شد. این سامانه آبخوان شامل یک آبخوان آزاد در بالا یک آبخوان نیمه محصور در پایین و یک لایه نیمه‌تراوا در بین آنها می‌باشد. تمام لایه‌ها به‌صورت ناهمگن در نظر گرفته شدند. برای بررسی نتایج از فراسنج‌های بدون بعد استفاده شد. نتایج حل تحلیلی که افزایش نشت باعث افزایش دامنه نوسان‌های نشان داد آبخوان آزاد و کاهش نوسانهای در آبخوان نیمه محصور می‌شود. به‌علاوه، افزایش ضریب ذخیره در آبخوان آزاد باعث کاهش نوسانهای سطح آب شده‌است. اما در آبخوان نیمه محصور، تغییر ضریب ذخیره باعث تغییر دامنه نوسان‌های نمی‌شود. در واقع افزایش ضریب ذخیره باعث افزایش میرایی نوسان‌های آب زیرزمینی در آبخوان آزاد شده‌است. همچنین افزایش ضریب انتقال در آبخوان آزاد و نیمه محصور باعث افزایش نوسانهای سطح آب گردیده است، به عبارت دیگر با افزایش ضریب انتقال، سرعت آب در آبخوان افزایش می‌یابد، لذا دامنه نوسانهای با افزایش ضریب انتقال فزونی می‌گیرد. همچنین نتیجه می‌شود دستاوردهای حاصل از حل عددی بسیار به حل تحلیلی نزدیک بوده‌اند.

شکل ۸- (ر) و (ز) که مربوط به آبخوان نیمه‌محصور در نقطه $x = 150 \text{ m}$ است با افزایش فراسنج یکسان شده بیشترین شیب (بدون در نظر گرفتن تأثیر x بر دامنه نوسان‌ها) مربوط به Sb می‌باشد که برای نقطه $x = 150 \text{ m}$ همان نتایج با شدت کمتری اتفاق افتاده است. نوسانها) مربوط به Tb و کمترین شیب مربوط به Lm می‌باشد که برای نقطه $x = 150 \text{ m}$ همان نتایج با شدت کمتری اتفاق افتاد.

مقایسه حل حاضر با تحقیقات قبلی

شکل ۹- مقایسه دامنه نوسانهای آب زیرزمینی حل حاضر با حل جنگ و همکاران (۲۰۰۲) نسبت به مسافت برای $Lm=1$ (الف) آبخوان آزاد در $x = 50 \text{ m}$ و (ب) آبخوان محصور در $x = 50 \text{ m}$ نشان می‌دهد. شکل ۹-الف نشان می‌دهد که حل تحلیلی به وسیله جنگ و همکاران (۲۰۰۲) اختلاف بسیار جزئی با حل حاضر وجود دارد و برای شکل ۹-ب این اختلاف بسیار کمتر است. برای مقایسه نتایج دو روش تحلیلی و عددی از R^2 و جذر میانگین مربعات خطا استفاده شد، که در زیر تعریف شده‌اند:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - x_i)^2}{n}} \quad (30)$$

14) Prickett, T.A. 1975. Modeling techniques for groundwater evaluation. *Adv. Hidrosoci.* 10: PP. 564.

15) Robinson, C., B. Gibbes and L. Li 2006. Driving mechanisms for groundwater flow and salt transport in a subterranean estuary. *Geophysics Research Letters.* 33: L03402.

16) Robinson, C., L. Li and D. Barry 2007. Effect of tidal forcing on a subterranean estuary. *Advances in Water Resources.* 30 (4): 851-865.

17) Wang H.F. and Anderson M.P. 1995. *Introduction to groundwater modeling finite difference and finite element methods.* Academic press, inc. Newyork.

منابع

- ۱) اشجاری، ج. ۱۳۸۸. مکانیسم اثر جزر و مد بر رفتار هیدرولیکی آبخوان ساحلی محبوس. www.ngdir.ir
- ۲) عطایی آشتیانی، ب. کتابچی، ح. ۱۳۸۹. توسعه الگوریتم بهینه‌سازی جامعه مورچه‌ها به صورت تلفیقی با مدل شبیه‌سازی عددی برای مدیریت بهینه آبخوان‌های ساحلی. تحقیقات منابع آب ایران. ۷(۱۹): ۱-۱۲
- 3) Alcolea , A. Ph Renard. Mariethoz. Bertone F. 2009. Reducing the impact of a desalination plant using stochastic modeling and optimization techniques. *Hydrology* 365: 275-288.
- 4) Ataie-Ashtiani B., R-E Volker. Lockington D-A. 1999. Tidal effects on sea water intrusion in unconfined aquifers. *Hydrology.* 216: 17-31.
- 5) Baird A. Mason T. D. Horn. 1998. Validation of a Boussinesq model of beach ground water behavior. *Marine Geology* 148: 55-69.
- 6) Bear, J. 1979. *Hydraulics of groundwater.* McGraw-Hill New York. USA. 241.
- 7) Ferris J. G. 1951. Cyclic fluctuations of water level as a basis for determining aquifer transmissibility. *IAHS Publ.* 33: 148-155.
- 8) Jeng D.S. L. Li and D.A. Barry 2002. Analytical solution for tidal propagation in a coupled semiconfined/phreatic coastal aquifer. *Advances in Water Resources* 25: 577-584
- 9) J. Jiao, and Z. Tang 1999. An analytical solution of groundwater response to tidal fluctuation in a leaky confined aquifer. *water Resource Research.* 35: 747-751.
- 10) Kim K.Y., H. Seong, T. Kim, K.H. Park and N.C. Woo, Y.S. Park, G.W. Koh, and W.B. Park 2006. Tidal effects on variations of fresh-saltwater interface and groundwater flow in a multilayered coastal aquifer on a volcanic island (Jeju Island, Korea). *Hydrology.* 330: 525- 542.
- 11) Li, L. D.S. Jeng, and D.A. Barry 2002. Tidal fluctuations in a leaky confined aquifer: localized effects of anoverlying phreatic aquifer. *Hydrology* 265: 283-287.
- 12) Parlange, J.Y. and W. Brutsaert 1987. A capillary correction for free surface flow of 10 groundwater, *Water Resour. Res.* 23: 805-808.
- 13) Philip J.R. 1973. Periodic nonlinear diffusion: An integral relation and its physical 12 consequences. *Aust. Phys.* 26: 513-519.

